ЧАСТЬ 5
ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

Глава 21
ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ И ЭЛЕКТРОННОЙ ОПТИКИ

§ 165. Основные законы оптики. Полное отражение

Еще до установления природы света были известны следующие основные законы оптики: *закон прямолинейного распространения света* в оптически однородной среде; *закон независимости световых пучков* (справедлив только в линейной оптике); *закон отражения света*; *закон преломления света*.

Закон прямолинейного распространения света: свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.

Доказательством этого закона является наличие тени с резкими границами от непрозрачных предметов при освещении их точечными источниками света (источники, размеры которых значительно меньше освещаемого предмета и расстоянии до него). Однако эксперименты показали, что этот закон нарушается, если свет проходит сквозь очень малые отверстия, причем отклонение от прямолинейности распространения тем больше, чем меньше отверстия.

Закон независимости световых пучков: эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно остальные пучки или они устранены. Разбивая световой поток на отдельные световые пучки (например, с помощью диафрагм), можно показать, что действие выделенных световых пучков независимо.

Если свет падает на границу раздела двух сред (двух прозрачных веществ), то падающий луч I (рис. 231) разделяется на два — отраженный II и преломленный III, направления которых задаются законами отражения и преломления.

Закон отражения света: отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения; угол отражения i_1' равен углу падения i_1:

$$i_1' = i_1.$$

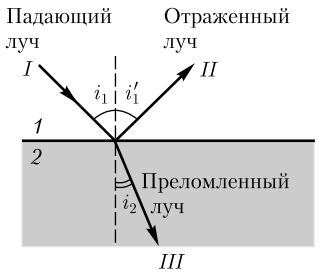


Рис. 231

Закон преломления света: луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных сред:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}, \qquad (165.1)$$

где n_{21} — ***показатель преломления*** второй среды относительно первой (***относительный показатель преломления***). Индексы в обозначениях углов i_1, i_1', i_2 указывают, в какой среде (первой или второй) идет луч.

Относительный показатель преломления двух сред равен отношению их абсолютных показателей преломления:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \qquad (165.2)$$

Абсолютным показателем преломления среды называется величина n, равная отношению скорости c электромагнитных волн в вакууме к их фазовой скорости v в среде:

$$n = \frac{c}{v}. \qquad (165.3)$$

При сравнении (165.3) с (162.3) видно, что $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$, где ε и μ — соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды. Учитывая (165.2), закон преломления (165.1) можно записать в виде

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \qquad (165.4)$$

Из симметрии выражения (165.4) вытекает обратимость световых лучей. Если обратить луч *III* (см. рис. 231), заставив его падать на границу раздела под углом i_2, то преломленный луч в первой среде будет распространяться под углом i_1, т. е. пойдет в обратном направлении вдоль луча *I*.

Если свет распространяется из среды с бóльшим показателем преломления n_1 (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления n_2 (оптически менее плотную) ($n_1 > n_2$), например из стекла в воду, то, согласно (165.4),

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2} > 1.$$

Отсюда следует, что преломленный луч удаляется от нормали и угол преломления i_2 больше, чем угол падения i_1 (рис. 232, *а*). С увеличением угла падения увеличивается угол преломления (рис. 232, *б*, *в*) до тех пор, пока при некотором угле падения ($i_1 = i_{\text{пр}}$) угол преломления не окажется равным $\frac{\pi}{2}$. Угол $i_{\text{пр}}$ называется ***предельным углом***. При углах падения $i_1 > i_{\text{пр}}$ весь падающий свет полностью отражается (рис. 232, *г*).

По мере приближения угла падения к предельному интенсивность преломленного луча уменьшается, а отраженного — растет. Если $i_1 = i_{\text{пр}}$, то интенсивность преломленного луча обращается в нуль, а интенсивность отраженного равна интенсивности падающего. Таким образом, при углах падения в пределах от $i_{\text{пр}}$ до $\frac{\pi}{2}$ луч не преломля-

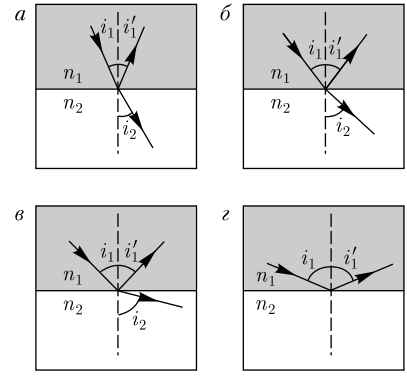


Рис. 232

ется, а полностью отражается в первую среду, причем интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы. Это явление называется ***полным отражением***.

Предельный угол $i_{\text{пр}}$ определим из формулы (165.4) при подстановке в нее $i_2 = \dfrac{\pi}{2}$.

Тогда

$$\sin i_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \qquad (165.5)$$

Уравнение (165.5) удовлетворяет значениям угла $i_{\text{пр}}$ при $n_2 \leqslant n_1$. Следовательно, явление полного отражения имеет место только при падении света *из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную*.

Явление полного отражения используется в призмах полного отражения. Показатель преломления стекла равен $n \approx 1{,}5$, поэтому предельный угол для границы стекло — воздух равен $i_{\text{пр}} = \arcsin \dfrac{1}{1{,}5} = 42°$. В связи с этим при падении света на границу стекло — воздух при $i > 42°$ всегда будет иметь место полное отражение. На рис. 233, *а — в* показаны призмы полного отражения, позволяющие: а) повернуть луч на 90°; б) повернуть изображение; в) обернуть лучи. Такие призмы применяются в оптических приборах (например, в биноклях, перископах),

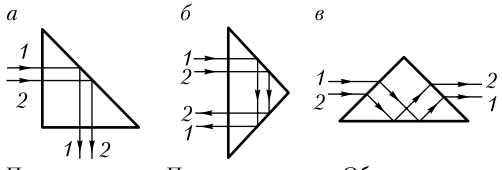


Рис. 233

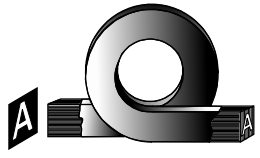


Рис. 234

а также в ***рефрактометрах***, позволяющих определять показатели преломления тел (по закону преломления, измеряя $i_{\text{пр}}$, находим относительный показатель преломления двух сред, а также абсолютный показатель преломления одной из сред, если показатель преломления другой среды известен).

Явление полного отражения используется также в ***световодах*** (***светопроводах***), представляющих собой тонкие, произвольным образом изогнутые нити (волокна) из оптически прозрачного материала. В волоконных деталях применяют стеклянное волокно, световедущая жила (сердцевина) которого окружается стеклом — оболочкой из другого стекла с меньшим показателем преломления. Свет, падающий на торец световода под углами, бóльшими предельного, претерпевает на поверхности раздела сердцевины и оболочки полное отражение и распространяется только по световедущей жиле (рис. 234).

Таким образом, с помощью световодов можно как угодно искривлять путь светового пучка. Диаметр световедущих жил лежит в пределах от нескольких микрометров до нескольких миллиметров. Для передачи изображений, как правило, применяются многожильные световоды. Вопросы передачи световых волн и изображений изучаются в специальном разделе оптики — ***волоконной оптике***, возникшей в 50-е годы XX столетия. Световоды используются в электронно-лучевых трубках, электронно-счетных машинах, для кодирования информации, в медицине (например, диагностика желудка), для целей интегральной оптики и т. д.

§ 166. Тонкие линзы. Изображения предметов с помощью линз

Раздел оптики, в котором законы распространения света рассматриваются на основе представления о световых лучах, называется ***геометрической оптикой***. Под ***световыми лучами*** понимают нормальные к волновым поверх-

ностям линии, вдоль которых распространяется поток световой энергии. Геометрическая оптика, оставаясь *приближенным методом* построения изображений в оптических системах, позволяет разобрать основные явления, связанные с прохождением через них света, и является поэтому основой теории оптических приборов.

Линзы представляют собой прозрачные тела, ограниченные двумя поверхностями (одна из них обычно сферическая, иногда цилиндрическая, а вторая — сферическая или плоская), преломляющими световые лучи, способные формировать оптические изображения предметов.

Материалом для линз служат стекло, кварц, кристаллы, пластмассы и т. п. По внешней форме (рис. 235) линзы делятся на: 1) двояковыпуклые; 2) плосковыпуклые; 3) двояковогнутые; 4) плосковогнутые; 5) выпукло-вогнутые; 6) вогнуто-выпуклые. По оптическим свойствам ***линзы*** делятся на ***собирающие*** и ***рассеивающие***.

Линза называется ***тонкой***, если ее толщина (расстояние между ограничивающими поверхностями) значительно меньше по сравнению с радиусами поверхностей, ограничивающих линзу. Прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей линзы, называется ***главной оптической осью***.

Для всякой линзы существует точка, называемая ***оптическим центром линзы***, лежащая на главной оптической оси и обладающая тем свойством, что лучи проходят сквозь нее не преломляясь. Оптический центр O линзы для простоты будем считать совпадающим с геометрическим центром средней части линзы (это справедливо только для двояковыпуклой и двояковогнутой линз с одинаковыми радиусами кривизны обеих поверхностей; для плосковыпуклых и плосковогнутых линз оптический центр O лежит на пересечении главной оптической оси со сферической поверхностью).

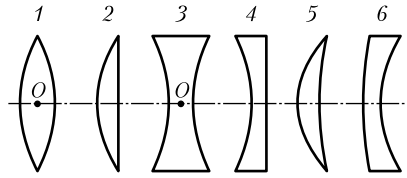


Рис. 235

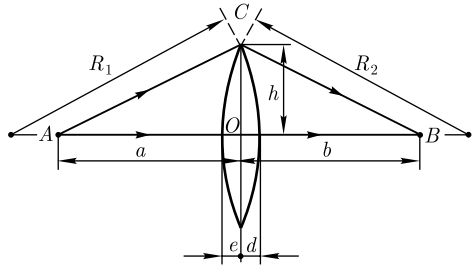


Рис. 236

Для вывода формулы тонкой линзы — соотношения, связывающего радиусы кривизны R_1 и R_2 поверхностей линзы с расстояниями a и b от линзы до предмета и его изображения, — воспользуемся ***принципом Ферма***[1], или ***принципом наименьшего времени***: действительный путь распространения света (траектория светового луча) есть путь, для прохождения которого свету требуется минимальное время по сравнению с любым другим мыслимым путем между теми же точками.

Рассмотрим два световых луча (рис. 236) — луч, соединяющий точки A и B (луч AOB), и луч, проходящий через край линзы (луч ACB), — воспользовавшись условием равенства времени прохождения света вдоль AOB и ACB. Время прохождения света вдоль AOB

[1] П. Ферма́ (1601 — 1665) — французский математик и физик.

$$t_1 = \frac{a + N(e+d) + b}{c},$$

где $N = \frac{n}{n_1}$ — относительный показатель преломления (n и n_1 — соответственно абсолютные показатели преломления линзы и окружающей среды). Время прохождения света вдоль ACB равно

$$t_2 = \frac{\sqrt{(a+e)^2 + h^2} + \sqrt{(b+d)^2 + h^2}}{c}.$$

Так как $t_1 = t_2$, то

$$a + N(e+d) + b =$$

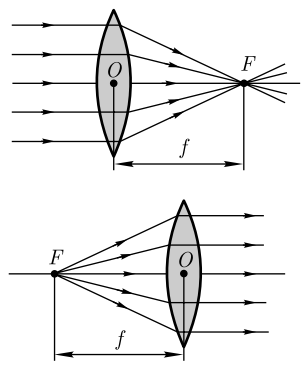
$$= \sqrt{(a+e)^2 + h^2} + \sqrt{(b+d)^2 + h^2}. \quad (166.1)$$

Рассмотрим ***параксиальные (приосевые) лучи***, т. е. лучи, образующие с оптической осью малые углы. Только при использовании параксиальных лучей получается ***стигматическое изображение***, т. е. все лучи параксиального пучка, исходящего из точки A, пересекают оптическую ось в одной и той же точке B. Тогда $h \ll (a+e)$, $h \ll (b+d)$ и

$$\sqrt{(a+e)^2 + h^2} = (a+e)\sqrt{1 + \frac{h^2}{(a+e)^2}} =$$

$$= (a+e)\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{a+e}\right)^2\right] = a + e + \frac{h^2}{2(a+e)}.$$

Рис. 237



Аналогично,

$$\sqrt{(b+d)^2 + h^2} = b + d + \frac{h^2}{2(b+d)}.$$

Подставив найденные выражения в (166.1), получим

$$(N-1)(e+d) = \frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{a+e} + \frac{1}{b+d}\right). \quad (166.2)$$

Для тонкой линзы $e \ll a$ и $d \ll b$, поэтому (166.2) можно представить в виде

$$(N-1)(e+d) = \frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right).$$

Учитывая, что $e = R_2 - \sqrt{R_2^2 - h^2} =$

$$= R_2 - R_2\sqrt{1 - \frac{h^2}{R_2^2}} = R_2 - R_2\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{R_2}\right)^2\right] =$$

$= \frac{h^2}{2R_2}$ и соответственно $d = \frac{h^2}{2R_1}$, получим

$$(N-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right). \quad (166.3)$$

Выражение (166.3) представляет собой ***формулу тонкой линзы***. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы считается положительным, вогнутой — отрицательным.

Если $a = \infty$, т. е. лучи падают на линзу параллельным пучком (рис. 237, *а*), то

$$\frac{1}{b} = (N-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Соответствующее этому случаю расстояние $b = OF = f$ называется ***фокусным расстоянием линзы***, определяемым по формуле

$$f = \frac{1}{(N-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}.$$

Фокусное расстояние зависит от относительного показателя преломления и радиусов кривизны.

Если $b = \infty$, т. е. изображение находится в бесконечности и, следовательно, лучи выходят из линзы параллельным пучком (рис. 237, *б*), то $a = OF = f$. Таким образом, фокусные расстояния линзы, окруженной с обеих сторон одинаковой средой, равны. Точки F, лежащие по обе стороны линзы на расстоянии, равном фокусному, называются ***фокусами линзы***. Фокус — это точка, в которой после преломления собираются все лучи, падающие на линзу параллельно главной оптической оси.

Величина

$$(N-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{f}=\Phi \quad (166.4)$$

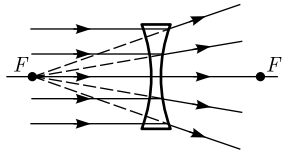
называется ***оптической силой линзы***. *Ее единица — диоптрия* (дптр). ***Диоптрия*** — оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м: 1 дптр = 1 м$^{-1}$.

Линзы с ***положительной*** оптической силой являются ***собирающими***, с ***отрицательной*** — ***рассеивающими***. Плоскости, проходящие через фокусы линзы перпендикулярно ее главной оптической оси, называются ***фокальными плоскостями***. В отличие от собирающей рассеивающая линза имеет мнимые фокусы. В мнимом фокусе сходятся (после преломления) воображаемые продолжения лучей, падающих на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси (рис. 238).

Таблица 10

Линза	Расположение предмета	Расположение изображения	Особенности изображения
Собирающая	За двойным фокусным расстоянием	Между фокусом и двойным фокусом по другую сторону линзы	Действительное, перевернутое, уменьшенное
	В двойном фокусе	В двойном фокусе по другую сторону линзы	Действительное, перевернутое, по величине равно самому предмету
	Между двойным фокусным расстоянием и фокусом	За двойным фокусным расстоянием по другую сторону линзы	Действительное, перевернутое, увеличенное
	В фокусе	Видимого изображения нет (изображение в бесконечности)	
	Между фокусом и линзой	За предметом, по ту же сторону линзы, что и предмет	Мнимое, прямое, увеличенное
Рассеивающая	Любое	Между предметом и линзой, по ту же сторону линзы, что и предмет	Мнимое, прямое, уменьшенное

Рис. 238



Учитывая (166.4), формулу линзы (166.3) можно записать в виде

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}.$$

Для рассеивающей линзы расстояния f и b надо считать отрицательными.

Построение изображения предмета в линзах осуществляется с помощью следующих лучей:

1) луча, проходящего через оптический центр линзы и не изменяющего своего направления;

2) луча, идущего параллельно главной оптической оси; после преломления в линзе этот луч (или его продолжение) проходит через второй фокус линзы;

3) луча (или его продолжения), проходящего через первый фокус линзы; после преломления в ней он выходит из линзы параллельно ее главной оптической оси.

Для примера приведены построения изображений в собирающей (рис. 239) и в рассеивающей (рис. 240) линзах: действительное (рис. 239, *а*) и мнимое (рис. 239, *б*) изображения — в собирающей линзе, мнимое — в рассеивающей.

В табл. 10 приведены особенности изображений в линзах.

Отношение линейных размеров изображения и предмета называется ***линейным увеличением линзы***. Отрицательным значениям линейного увеличения соответствует действительное изображение (оно перевернутое), положительным — мнимое изображение (оно прямое). Комбинации собирающих и рассеивающих линз применяются в оптических приборах, используемых для решения различных научных и технических задач.

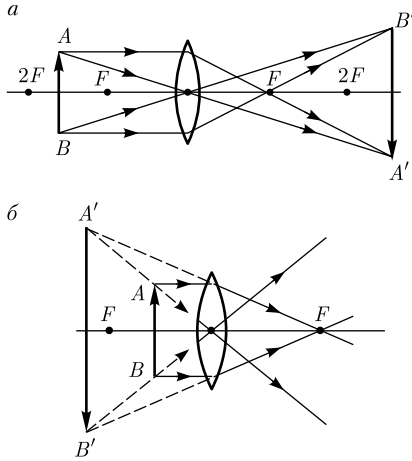


Рис. 239

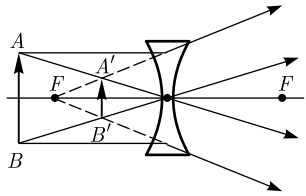


Рис. 240

§ 167. Аберрации (погрешности) оптических систем

Рассматривая прохождение света через тонкие линзы, мы ограничивались параксиальными лучами (см. § 166). Показатель преломления материала линзы считали не зависящим от длины волны падающего света, а падающий свет — монохроматическим. Так как в реальных оптических системах эти условия не выполняются, то в них возникают искажения изображения, называемые ***аберрациями*** (или ***погрешностями***).

1. Сферическая аберрация. Если расходящийся пучок света падает на

линзу, то параксиальные лучи после преломления пересекаются в точке S' (на расстоянии OS' от оптического центра линзы), а лучи, более удаленные от оптической оси, — в точке S'', ближе к линзе (рис. 241). В результате изображение светящейся точки на экране, перпендикулярном оптической оси, будет в виде расплывчатого пятна. Этот вид погрешности, связанный со сферичностью преломляющих поверхностей, называется ***сферической аберрацией***.

Количественной мерой сферической аберрации является отрезок $\delta = OS'' - OS'$. Применяя диафрагмы (ограничиваясь параксиальными лучами), можно сферическую аберрацию уменьшить, однако при этом уменьшается светосила линзы. Сферическую аберрацию можно практически устранить, составляя системы из собирающих ($\delta < 0$) и рассеивающих ($\delta > 0$) линз. Сферическая аберрация является частным случаем *астигматизма*.

2. Кома. Если через оптическую систему проходит широкий пучок от светящейся точки, расположенной не на оптической оси, то получаемое изображение этой точки будет в виде освещенного пятнышка, напоминающего кометный хвост. Такая погрешность называется ***комой***. Устранение комы производится теми же приемами, что и сферической аберрации.

3. Дисторсия. Погрешность, при которой при больших углах падения лучей на линзу линейное увеличение для точек предмета, находящихся на разных расстояниях от главной оптической оси, несколько различается, называется ***дисторсией***. В результате нарушается геометрическое подобие между предметом (прямоугольная сетка, рис. 242, *а*) и его изображением (рис. 242, *б* — подушкообразная дисторсия, рис. 242, *в* — бочкообразная дисторсия).

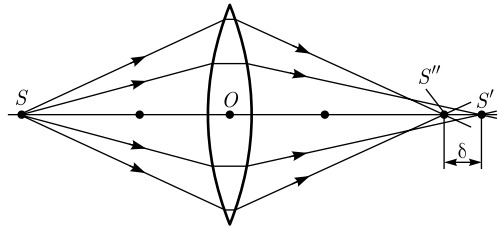


Рис. 241

Дисторсия особенно опасна в тех случаях, когда оптические системы применяются для съемок, например при аэрофотосъемке, в микроскопии и т. д. Дисторсию исправляют соответствующим подбором составляющих частей оптической системы.

4. Хроматическая аберрация. До сих пор мы предполагали, что коэффициенты преломления оптической системы постоянны. Однако это утверждение справедливо лишь для освещения оптической системы монохроматическим светом ($\lambda = \text{const}$); при сложном составе света необходимо учитывать зависимость коэффициента преломления вещества линзы (и окружающей среды, если это не воздух) от длины волны (явление *дисперсии*). При падении на оптическую систему белого света отдельные составляющие его монохроматические лучи фокусируются в разных точках (наибольшее фокусное расстояние имеют красные лучи, наименьшее — фиолетовые), поэтому изображение размыто и по краям окрашено. Это явление называется ***хроматической аберрацией***. Так как разные сорта стекол обладают различной дисперсией,

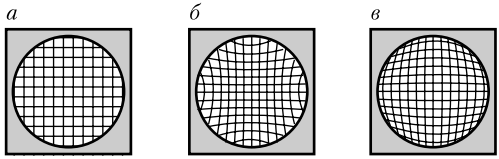


Рис. 242

то, комбинируя собирающие и рассеивающие линзы из различных стекол, можно совместить фокусы двух (***ахроматы***) и трех (***апохроматы***) различных цветов, устранив тем самым хроматическую аберрацию. Системы, исправленные на сферическую и хроматическую аберрации, называются ***апланатами***.

5. Астигматизм. Погрешность, обусловленная неодинаковостью кривизны оптической поверхности в разных плоскостях сечения падающего на нее светового пучка, называется ***астигматизмом***. Так, изображение точки, удаленной от главной оптической оси, наблюдается на экране в виде расплывчатого пятна эллиптической формы. Это пятно в зависимости от расстояния экрана до оптического центра линзы вырождается либо в вертикальную, либо в горизонтальную прямую.

Астигматизм исправляется подбором радиусов кривизны преломляющих поверхностей и их фокусных расстояний. Системы, исправленные на сферическую и хроматическую аберрации и астигматизм, называются ***анастигматами***.

Устранение аберраций возможно лишь подбором специально рассчитанных сложных оптических систем. Одновременное исправление всех погрешностей — задача крайне сложная, а иногда даже неразрешимая. Поэтому обычно устраняются полностью лишь те погрешности, которые в том или ином случае особенно вредны.

§ 168. Основные фотометрические величины и их единицы

Фотометрия — раздел оптики, занимающийся вопросами измерения интенсивности света и его источников. В фотометрии используются следующие ***величины***:

1) ***энергетические*** — характеризуют энергетические параметры оптического излучения безотносительно к его действию на приемники излучения;

2) ***световые*** — характеризуют физиологические действия света и оцениваются по воздействию на глаз (исходят из так называемой средней чувствительности глаза) или другие приемники излучения.

1. Энергетические величины. ***Поток излучения*** Φ_e — величина, равная отношению энергии W излучения ко времени t, за которое излучение произошло:

$$\Phi_e = \frac{W}{t}.$$

Единица потока излучения — ***ватт*** (Вт).

Энергетическая светимость (***излучательность***) R_e — величина, равная отношению потока излучения Φ_e, испускаемого поверхностью, к площади S сечения, сквозь которое этот поток проходит:

$$R_e = \frac{\Phi_e}{S},$$

т. е. представляет собой поверхностную плотность потока излучения.

Единица энергетической светимости — ***ватт на метр в квадрате*** (Вт/м^2).

Энергетическая сила света (***сила излучения***) I_e определяется с помощью понятия о точечном источнике света — источнике, размерами которого по сравнению с расстоянием до места наблюдения можно пренебречь. Энергетическая сила света I_e — величина, равная отношению потока излучения Φ_e источника к телесному углу ω, в пределах которого это излучение распространяется:

$$I_e = \frac{\Phi_e}{\omega}.$$

Единица энергетической силы света — ***ватт на стерадиан*** (Вт/ср).

Энергетическим яркость (***лучистость***) B_e — величина, равная отношению энергетической силы света ΔI_e элемента излучающей поверхности к площади ΔS проекции этого элемента на плоскость, перпендикулярную направлению наблюдения:

$$B_e = \frac{\Delta I_e}{\Delta S}.$$

Единица энергетической яркости — ***ватт на стерадиан-метр в квадрате*** [Вт/(ср · м^2)].

Энергетическая освещенность (***облученность***) E_e характеризует величину потока излучения, падающего на единицу освещаемой поверхности. Единица энергетической освещенности совпадает с единицей энергетической светимости (Вт/м^2).

2. Световые величины. При оптических измерениях используются различные ***приемники излучения*** (например, глаз, фотоэлементы, фотоумножители), которые не обладают одинаковой чувствительностью к энергии различных длин волн, являясь, таким образом, ***селективными*** (***избирательными***). Каждый приемник излучения характеризуется своей кривой чувствительности к свету различных длин волн. Поэтому световые измерения, являясь *субъективными*, отличаются от *объективных*, энергетических и для них вводятся световые единицы, используемые только для видимого света.

Основной световой единицей в СИ является единица силы света — ***кандела*** (кд), определение которой дано выше (см. Введение). Определение световых единиц аналогично энергетическим.

Световой поток Ф определяется как мощность оптического излучения по вызываемому им световому ощущению (по его действию на селективный приемник света с заданной спектральной чувствительностью).

Единица светового потока — ***люмен*** (лм): 1 лм — световой поток, испускаемый точечным источником силой света в 1 кд внутри телесного угла в 1 ср (при равномерности поля излучения внутри телесного угла) (1 лм = 1 кд · ср).

Светимость R определяется соотношением

$$R = \frac{\Phi}{S}.$$

Единица светимости — ***люмен на метр в квадрате*** (лм/м^2).

Яркость B_φ светящейся поверхности в некотором направлении φ есть величина, равная отношению силы света I в этом направлении к площади S проекции светящейся поверхности на плоскость, перпендикулярную данному направлению:

$$B_\varphi = \frac{I}{S\cos\varphi}.$$

Единица яркости — ***кандела на метр в квадрате*** (кд/м^2).

Освещенность E — величина, равная отношению светового потока Ф, падающего на поверхность, к площади S этой поверхности:

$$E = \frac{\Phi}{S}.$$

Единица освещенности — ***люкс*** (лк): 1 лк — освещенность поверхности, на 1 м^2 которой падает световой поток в 1 лм (1 лк = 1 лм/м^2).

§ 169. Элементы электронной оптики

Область физики и техники, в которой изучаются вопросы формирования,

фокусировки и отклонения пучков заряженных частиц и получения с их помощью изображений под действием электрических и магнитных полей в вакууме, называется ***электронной оптикой***. Комбинируя различные электронно-оптические элементы — электронные линзы, зеркала, призмы — создают электронно-оптические приборы, например электронно-лучевую трубку, электронный микроскоп, электронно-оптический преобразователь.

1. Электронные линзы представляют собой устройства, с помощью электрических и магнитных полей которых формируются и фокусируются пучки заряженных частиц. Существуют электростатические и магнитные линзы.

В качестве ***электростатической линзы*** может быть использовано электрическое поле с вогнутыми и выпуклыми эквипотенциальными поверхностями, например в системах металлических электродов и диафрагм, обладающих осевой симметрией. На рис. 243 изображена простейшая собирающая электростатическая линза, где A — точка предмета, B — ее изображение, пунктиром показаны линии напряженности поля.

Магнитная линза обычно представляет собой соленоид с сильным магнитным полем, коаксиальным пучку электронов. Чтобы магнитное поле сконцентрировать на оси симметрии, соленоид помещают в железный кожух с узким внутренним кольцевым разрезом.

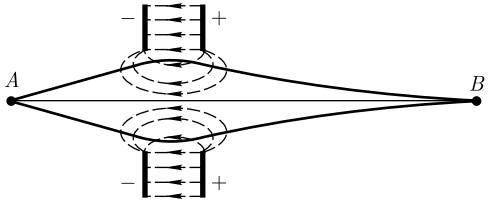


Рис. 243

Если расходящийся пучок заряженных частиц попадает в однородное магнитное поле, направленное вдоль оси пучка, то скорость каждой частицы можно разложить на два компонента: поперечный и продольный. Первый из них определяет равномерное движение по окружности в плоскости, перпендикулярной направлению поля (см. § 115), второй — равномерное прямолинейное движение вдоль поля. Результирующее движение частицы будет происходить по спирали, ось которой совпадает с направлением поля. Для электронов, испускаемых под различными углами, нормальные составляющие скоростей будут различны, т. е. будут различны и радиусы описываемых ими спиралей. Однако отношение нормальных составляющих скорости к радиусам спиралей за период вращения (см. § 115) будет для всех электронов одинаково; следовательно, через один оборот все электроны сфокусируются в одной и той же точке на оси магнитной линзы.

«Преломление» электростатических и магнитных линз зависит от их фокусных расстояний, которые определяются устройством линзы, скоростью электронов, разностью потенциалов, приложенной к электродам (электростатическая линза), и индукцией магнитного поля (магнитная линза). Изменяя разность потенциалов или регулируя ток в катушке, можно изменить фокусное расстояние линз. Стигматическое изображение предметов в электронных линзах получается только для параксиальных электронных пучков.

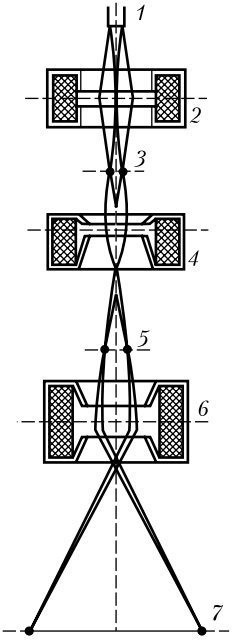
Как и в оптических системах (см. § 167), в электронно-оптических элементах также имеют место погрешности: сферическая аберрация, кома, дисторсия, астигматизм. При разбросе скоростей электронов в пучке наблюдается также и хроматическая аберрация. Аберрации ухудшают разрешающую способность и качество изображения, а поэтому в каждом конкретном случае необходимо их устранять.

2. Электронные микроскопы — устройства, предназначенные для получения изображения микрообъектов; в них в отличие от оптических микроскопов вместо световых лучей используют ускоренные до больших энергий (30 — 100 кэВ и более) в условиях глубокого вакуума (примерно 0,1 мПа) электронные пучки, а вместо обычных линз — электронные линзы. В электронных микроскопах предметы рассматриваются либо в проходящем, либо в отраженном потоке электронов, поэтому различают ***просвечивающие и отражательные электронные микроскопы***.

На рис. 244 приведена принципиальная схема просвечивающего электронного микроскопа. Электронный пучок, формируемый электронной пушкой *1*, попадает в область действия ***конденсорной линзы*** *2*, которая фокусирует на объекте *3* электронный пучок необходимого сечения и интенсивности. Пройдя объект и испытав в нем отклонения, электроны проходят вторую магнитную линзу — ***объектив*** *4* — и собираются ею в промежуточное изображение *5*. Затем с помощью ***проекционной линзы*** *6* на флуоресцирующем экране достигается окончательное изображение *7*.

Разрешающая способность электронного микроскопа ограничивается, с одной стороны, волновыми свойствами (дифракцией) электронов, с другой — аберрациями электронных линз. Согласно теории, разрешающая способность микроскопа пропорциональна длине волны, а так как длина волны применяемых электронных пучков (примерно 1 пм) в тысячи раз меньше длины волны световых лучей, то разрешение электронных микроскопов соответственно больше и составляет 0,01 — 0,0001 мкм (для оптических микроскопов приблизительно равно 0,2 — 0,3 мкм).

Рис. 244



С помощью электронных микроскопов можно добиться значительно бóльших увеличений (до 10^6 раз), что позволяет наблюдать детали структур размерами 0,1 нм.

3. Электронно-оптические преобразователи — это устройства, предназначенные для усиления яркости светового изображения и преобразования невидимого глазом изображения объекта (например, в инфракрасных или ультрафиолетовых лучах) в видимое. Схема простейшего электронно-оптического преобразователя приведена на рис. 245. Изображение предмета *A* с помощью оптической линзы *1* проецируется на фотокатод *2*. Излучение от объекта вызывает с поверхности фотокатода фото-

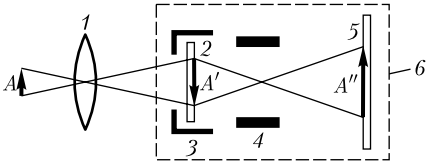


Рис. 245

электронную эмиссию, пропорциональную распределению яркости спроецированного на него изображения. Фотоэлектроны, ускоренные электрическим полем (*3* — ускоряющий электрод), фокусируются с помощью электронной линзы *4* на флуоресцирующий экран *5*, где электронное изображение преобразуется в световое (получается окончательное изображение A''). Электронная часть преобразователя находится в высоковакуумном сосуде *6*.

Из оптики известно, что всякое увеличение изображения связано с уменьшением его освещенности. Достоинство электронно-оптических преобразователей заключается в том, что в них можно получить увеличенное изображение A'' даже большей освещенности, чем сам предмет A, так как освещенность определяется энергией электронов, создающих изображение на флуоресцирующем экране. Разрешающая способность каскадных (нескольких последовательно соединенных) электронно-оптических преобразователей составляет $25-60$ штрихов на 1 мм. Коэффициент преобразования — отношение излучаемого экраном светового потока к потоку, падающему от объекта на фотокатод, — у каскадных электронно-оптических преобразователей достигает $\approx 10^6$. Недостаток этих приборов — малая разрешающая способность и довольно высокий темновой фон, что влияет на качество изображения.

Контрольные вопросы

- Может ли возникнуть явление полного отражения, если свет проходит из воды в стекло?
- Сформулируйте и поясните основные законы оптики.
- В чем заключается физический смысл абсолютного показателя преломления среды? Что такое относительный показатель преломления?
- При каком условии наблюдается полное отражение?
- В чем заключается принцип работы световодов?
- Поясните, что вы понимаете под световым лучом?
- Что такое линза? Какие они бывают?
- В чем заключается принцип Ферма?
- Выведите формулу тонкой линзы.
- Что такое фокусное расстояние линзы? оптическая сила линзы? фокальная плоскость линзы?
- Как осуществляется построение изображения предметов в линзах?
- Какова основная световая единица в СИ? Дайте ее определение.
- Что представляют собой электронные линзы? магнитные линзы?
- Чем отличаются энергетические и световые величины в фотометрии? Какие они бывают?
- Почему разрешающая способность электронных микроскопов гораздо выше, чем обычных?
- Можно ли в электронно-оптических преобразователях получить увеличенное изображение большей освещенности, чем предмет? Почему?

ЗАДАЧИ

21.1. На плоскопараллельную стеклянную пластинку ($n = 1{,}5$) толщиной 6 см падает под углом 35° луч света. Определите боковое смещение луча, прошедшего сквозь эту пластинку. [1,41 см]

21.2. Необходимо изготовить плосковыпуклую линзу с оптической силой 6 дптр. Определите радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, если показатель преломления материала линзы равен 1,6. [10 см]

21.3. Определите, на какую высоту необходимо повесить лампочку мощностью 300 Вт, чтобы освещенность расположенной под ней доски была равна 50 лк. Наклон доски составляет 35°, а световая отдача лампочки равна 15 лм/Вт. Принять, что полный световой поток, испускаемый изотропным точечным источником света, $\Phi_0 = 4\pi I$. [2,42 м]

Глава 22
ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

§ 170. Развитие представлений о природе света

Основные законы оптики известны еще с древних веков. Так, Платон (430 г. до н. э.) установил закон прямолинейного распространения и закон отражения света. Аристотель (350 г. до н. э.) и Птолемей изучали преломление света. Первые представления о природе света возникли у древних греков и египтян, которые в дальнейшем, по мере изобретения и усовершенствования различных оптических инструментов, например параболических зеркал (XIII в.), фотоаппарата и микроскопа (XVI в.), зрительной трубы (XVII в.), развивались и трансформировались. В конце XVII в. на основе многовекового опыта и развития представлений о свете возникли ***две теории света***: ***корпускулярная*** (И. Ньютон) и ***волновая*** (Р. Гук и Х. Гюйгенс).

Согласно корпускулярной теории (теории истечения), свет представляет собой поток частиц (корпускул), испускаемых светящимися телами и летящих по прямолинейным траекториям. Движение световых корпускул Ньютон подчинил сформулированным им законам механики. Так, отражение света понималось аналогично отражению упругого шарика при ударе о плоскость, где также соблюдается закон равенства углов падения и отражения. Преломление света Ньютон объяснял притяжением корпускул преломляющей средой, в результате чего скорость корпускул меняется при переходе из одной среды в другую. Из теории Ньютона следовало постоянство синуса угла падения i_1 к синусу угла преломления i_2:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{v}{c} = n, \qquad (170.1)$$

где v — скорость распространения света в среде; c — скорость распространения света в вакууме. Так как n в среде всегда больше единицы, то, *по теории Ньютона*, $v > c$, т. е. скорость распространения света в среде должна бы быть всегда больше скорости его распространения в вакууме.

Согласно волновой теории, развитой на основе аналогии оптических и акустических явлений, свет представляет собой упругую волну, распространяющуюся в особой среде — эфире. Эфир заполняет все мировое пространство, пронизывает все тела и обладает механическими свойствами — упругостью и плотностью. Согласно Гюйгенсу, большая скорость распространения света обусловлена особыми свойствами эфира.

Волновая теория основывается на ***принципе Гюйгенса***: каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени. Напомним, что *волновым фронтом* называется геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t. Принцип Гюйгенса позволяет анализировать распространение света и вывести законы отражения и преломления.

Выведем законы отражения и преломления света, исходя из принципа Гюйгенса. Пусть на границу раздела двух сред падает плоская волна (фронт волны — плоскость AB), распространяющаяся вдоль направления I (рис. 246). Когда фронт волны достигнет отражающей поверхности в точке A, эта точка начнет излучать вторичную волну. Для прохождения волной расстояния BC требуется время $\Delta t = \dfrac{BC}{v}$. За это же время фронт вторичной волны достигнет точек полусферы, радиус AD которой равен $v\Delta t = BC$. Положение фронта отраженной волны в этот момент времени в соответствии с принципом Гюйгенса задается плоскостью DC, а направление распространения этой волны — лучом II. Из равенства треугольников ABC и ADC вытекает закон отражения: угол отражения i_1' равен углу падения i_1.

Рис. 246

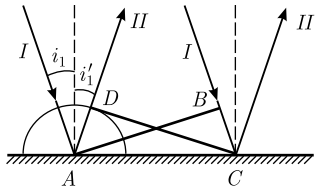
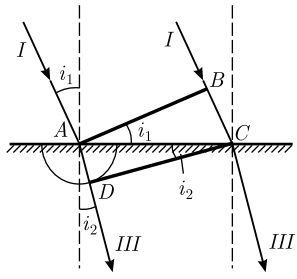


Рис. 247



Для вывода закона преломления предположим, что плоская волна (фронт волны — плоскость AB), распространяющаяся в вакууме вдоль направления I со скоростью света c, падает на границу раздела со средой, в которой скорость ее распространения равна v (рис. 247). Пусть время прохождения волной пути BC равно Δt. Тогда $BC = c\Delta t$. За это же время фронт волны, возбуждаемый точкой A в среде со скоростью v, достигнет точек полусферы, радиус которой $AD = v\Delta t$. Положение фронта преломленной волны в этот момент времени в соответствии с принципом Гюйгенса задается плоскостью DC, а направление ее распространения — лучом III. Из рис. 247 следует, что $AC = \dfrac{BC}{\sin i_1} = \dfrac{AD}{\sin i_2}$, т. е. $\dfrac{c\Delta t}{\sin i_1} = \dfrac{v\Delta t}{\sin i_2}$, откуда

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{c}{v} = n. \qquad (170.2)$$

Сравнивая выражения (170.2) и (170.1), видим, что волновая теория приводит к выводу, отличному от вывода теории Ньютона. По *теории Гюйгенса*, $v < c$, т. е. скорость распространения света в среде должна быть всегда меньше скорости его распространения в вакууме.

Таким образом, к началу XVIII в. существовало два противоположных подхода к объяснению природы света: корпускулярная теория Ньютона и волновая теория Гюйгенса. Обе эти теории объясняли прямолинейное распространение света, законы отражения и преломления. XVIII век стал веком борьбы этих теорий. Экспериментальное доказательство справедливости волновой теории было получено в 1851 г., когда Э. Фуко (и независимо от него А. Физо) измерил скорость распространения света в воде и получил значение, соответствующее формуле (170.2).

К началу XIX столетия корпускулярная теория была полностью отверг-

нута и признана волновая теория. Большая заслуга в этом отношении принадлежит английскому физику Т. Юнгу, исследовавшему явления дифракции и интерференции, и французскому физику О. Френелю (1788 — 1827), дополнившему принцип Гюйгенса и объяснившему эти явления.

Несмотря на признание волновой теории, она обладала целым рядом недостатков. Так, явления интерференции, дифракции и поляризации могли быть объяснены только в том случае, если световые волны считать поперечными. Но если световые волны — поперечные, то их носитель — эфир — должен обладать свойствами твердых тел. Попытка же наделить эфир свойствами твердого тела успеха не имела, так как эфир не оказывает заметного воздействия на движущиеся в нем тела.

Далее эксперименты показали, что скорость распространения света в разных средах различна, поэтому эфир должен обладать в разных средах различными свойствами. Теория Гюйгенса не могла объяснить также физической природы наличия разных цветов.

Наука о свете накапливала экспериментальные данные, свидетельствующие о взаимосвязи световых, электрических и магнитных явлений, что позволило Максвеллу в 70-х годах XIX в. создать электромагнитную теорию света (см. § 139). Согласно электромагнитной теории Максвелла [см. (162.3)],

$$\frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon\mu} = n,$$

где c и v — соответственно скорости распространения света в вакууме и в среде с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ. Это соотношение связывает оптические, электрические и магнитные постоянные вещества.

По Максвеллу, ε и μ — величины, не зависящие от длины волны света, поэтому электромагнитная теория не могла объяснить явление дисперсии (зависимость показателя преломления от длины волны). Эта трудность была преодолена в конце XIX в. Х. Лоренцем, предложившим ***электронную теорию***, согласно которой диэлектрическая проницаемость ε зависит от длины волны падающего света. Теория Лоренца ввела представление об электронах, колеблющихся внутри атома, и позволила объяснить явления испускания и поглощения света веществом.

Несмотря на огромные успехи электромагнитной теории Максвелла и электронной теории Лоренца, они были несколько противоречивы и при их применении встречался ряд затруднений. Обе теории основывались на гипотезе об эфире, только «упругий эфир» был заменен «эфиром электромагнитным» (теория Максвелла) или «неподвижным эфиром» (теория Лоренца).

Теория Максвелла не смогла объяснить процессов испускания и поглощения света, фотоэлектрического эффекта, комптоновского рассеяния и т. д. Теория Лоренца, в свою очередь, не смогла объяснить многие явления, связанные с взаимодействием света с веществом, в частности вопрос о распределении энергии по длинам волн при тепловом излучении черного тела.

Перечисленные затруднения и противоречия были преодолены благодаря смелой гипотезе (1900) немецкого физика М. Планка (1858 — 1947), согласно которой излучение и поглощение света происходит не *непрерывно*, а *дискретно*, т. е. ***определенными порциями*** (***квантами***), энергия которых определяется частотой ν:

$$\varepsilon_0 = h\nu, \qquad (170.3)$$

где h — постоянная Планка.

Теория Планка не нуждалась в понятии об эфире. Она объяснила тепловое излучение черного тела. Эйнштейн в 1905 г. создал ***квантовую теорию света***, согласно которой не только *излучение* света, но и его *распространение* происходит в виде ***потока световых квантов — фотонов***, энергия которых определяется по (170.3).

Квантовые представления о свете хорошо согласуются с законами излучения и поглощения света, законами взаимодействия света с веществом. Однако как с помощью этих представлений объяснить такие хорошо изученные явления, как интерференция, дифракция и поляризация света? Эти явления легко объясняются на основе волновых представлений. Все многообразие изученных свойств и законов распространения света, его взаимодействия с веществом показывает, что свет имеет сложную природу. Он представляет собой *единство противоположных видов движения* — ***корпускулярного*** (***квантового***) и ***волнового*** (***электромагнитного***).

Длительный путь развития привел к современным представлениям о ***двойственной корпускулярно-волновой природе света***. Выражение (170.3) связывает корпускулярные характеристики излучения — энергию кванта — с волновыми — частотой колебаний (длиной волны). Таким образом, свет представляет собой *единство дискретности и непрерывности*.

§ 171. Когерентность и монохроматичность световых волн

Интерференцию света можно объяснить, рассматривая интерференцию волн (см. § 156). Необходимым условием интерференции волн является их ***когерентность***, т. е. согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов. Этому условию удовлетворяют ***монохроматические волны*** — неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты.

Так как ни один реальный источник не дает строго монохроматического света, то волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда некогерентны. Поэтому на опыте не наблюдается интерференция света от независимых источников, например от двух электрических лампочек.

Понять физическую причину немонохроматичности, а следовательно, и некогерентности волн, испускаемых двумя независимыми источниками света, можно исходя из самого механизма испускания света атомами. В двух самостоятельных источниках света атомы излучают независимо друг от друга. В каждом из таких атомов процесс излучения конечен и длится очень короткое время ($\tau \approx 10^{-8}$ с). За это время возбужденный атом возвращается в нормальное состояние и излучение им света прекращается. Возбудившись вновь, атом снова начинает испускать световые волны, но уже с новой начальной фазой. Так как разность фаз между излучением двух таких независимых атомов изменяется при каждом новом акте испускания, то волны, спонтанно излучаемые атомами любого источника света, некогерентны.

Таким образом, волны, испускаемые атомами, лишь в течение интервала времени $\approx 10^{-8}$ с имеют приблизительно постоянные амплитуду и фазу колебаний, тогда как за бóльший промежуток времени и амплитуда, и фаза изменяются. Прерывистое излучение света

атомами в виде отдельных коротких импульсов называется ***волновым цугом***.

Описанная модель испускания света справедлива и для любого макроскопического источника, так как атомы светящегося тела излучают свет также *независимо* друг от друга. Это означает, что начальные фазы соответствующих им волновых цугов не связаны между собой. Помимо этого, даже для одного и того же атома начальные фазы разных цугов отличаются для двух последующих актов излучения. Следовательно, *свет, испускаемый макроскопическим источником, некогерентен.*

Немонохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга независимых гармонических цугов. Средней продолжительностью одного цуга определяется *время когерентности* $\tau_{ког}$: если после деления волны на два пучка один из них получит временну́ю задержку, бо́льшую продолжительности одного цуга, то такие два пучка не будут интерферировать, т. е. не будут взаимно когерентными. Когерентность существует только в пределах одного цуга, и время когерентности не может превышать времени высвечивания атома, т. е. $\tau_{ког} < \tau$. Прибор обнаружит четкую интерференционную картину лишь тогда, когда время разрешения прибора значительно меньше времени когерентности накладываемых световых волн.

Если волна распространяется в однородной среде, то фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности $\tau_{ког}$. За время когерентности волна распространяется в вакууме на расстояние $l_{ког} = c\tau_{ког}$, называемое ***длиной когерентности*** (или ***длиной цуга***). Таким образом, длина когерентности есть расстояние, при прохождении которого две или несколько волн утрачивают когерентность. Отсюда следует, что наблюдение интерференции света возможно лишь при оптических разностях хода меньших длины когерентности для используемого источника света.

Чем ближе волна к монохроматической, тем меньше ширина $\Delta\omega$ спектра ее частот и, как можно показать, больше ее время когерентности $\tau_{ког}$, а следовательно, и длина когерентности $l_{ког}$. Например, для видимого солнечного света (сплошной спектр частот от $4 \cdot 10^{14}$ до $8 \cdot 10^{14}$ Гц) $\tau_{ког} \approx 10^{-14}$ с, для тепловых источников (ширина спектральной линии $\approx 10^8$ Гц) $\tau_{ког} \approx 10^{-8}$ с и для лазеров (ширина спектральной линии $\approx 10^2$ Гц) $\tau_{ког} \approx 10^{-2}$ с.

Различают ***временну́ю*** и ***пространственную когерентность***. Понятие временно́й когерентности можно связать с контрастом интерференционной картины, наблюдаемой в результате интерференции двух волн, исходящих из одной и той же точки поперечного сечения пучка (полученных методом деления амплитуд). ***Временна́я когерентность*** *волны характеризует сохранение взаимной когерентности при временно́м отставании одного из таких лучей по отношению к другому.* При этом *мерой временно́й когерентности служит* ***время когерентности*** $\tau_{ког}$ — максимально возможное время отставания одного луча по отношению к другому, при котором их взаимная когерентность еще сохраняется. Временна́я когерентность определяется степенью монохроматичности.

Пространственная когерентность *волны характеризует наличие взаимной когерентности двух световых пучков, взятых из различных точек сечения волны. Мерой пространственной когерентности служит* ***диаметр коге-***

рентности — наибольший диаметр круга, мысленно вырезаемый в поперечном сечении волны, при котором любые два пучка, исходящие из различных точек внутри этого круга, еще остаются взаимно когерентными (при нулевой разности хода). Если из волновой поверхности методом деления волнового фронта выделить два пучка, которые отстоят друг от друга на расстояние, большее диаметра когерентности, то они не будут интерферировать даже при нулевой разности хода.

Для выяснения влияния на интерференционную картину протяженности реальных источников света их излучение считают монохроматическим. Протяженный источник света можно мысленно разбить на большое число точечных излучателей. Такие элементарные источники света, конечно, некогерентны. Тогда интенсивность в любом месте будет равна сумме интенсивностей в интерференционных картинах, создаваемых отдельными элементарными источниками. Эти интерференционные картины от разных элементов протяженного источника оказываются смещенными относительно друг друга, и в результате их наложения интерференционные полосы оказываются размытыми. Их можно наблюдать лишь при выполнении определенных условий для геометрии эксперимента.

Интерференционная картина в случае монохроматического света (длина волны λ) остается достаточно четкой, если выполняется приближенное условие

$$a \sin \omega \leqslant \frac{\lambda}{4}, \qquad (171.1)$$

где a — размеры источника (например, ширина щели); 2ω — угол между выходящими из источника интерферирующими лучами, называемый ***апертурой интерференции***. Из выражения (171.1) следует, что чем меньше апертура интерференции, тем больше допустимые размеры источника.

§ 172. Интерференция света

Предположим, что две монохроматические световые волны, накладываясь друг на друга, возбуждают в определенной точке пространства колебания одинакового направления: $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ и $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Под x понимают напряженность электрического E или магнитного H полей волны; векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях (см. § 162). Напряженности электрического и магнитного полей подчиняются принципу суперпозиции (см. § 80 и 110). Амплитуда результирующего колебания в данной точке $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ [см. (144.2)]. Так как волны когерентны, то $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, поэтому интенсивность результирующей волны ($I \sim A^2$)

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \qquad (172.1)$$

В точках пространства, где $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$, интенсивность $I > I_1 + I_2$, где $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) < 0$, интенсивность $I < I_1 + I_2$. Следовательно, при наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн происходит пространственное перераспределение светового потока, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других — минимумы интенсивности. Это явление называется ***интерференцией света***.

Для некогерентных волн разность $(\varphi_2 - \varphi_1)$ непрерывно изменяется, поэтому среднее во времени значение

$\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ равно нулю, а интенсивность результирующей волны всюду одинакова и при $I_1 = I_2$ равна $2I_1$ (для когерентных волн при данном условии в максимумах $I = 4I_1$, в минимумах $I = 0$).

Как можно создать условия, необходимые для возникновения интерференции световых волн? Для получения когерентных световых волн применяют метод разделения волны, излучаемой одним источником, на две части, которые после прохождения разных *оптических путей* накладываются друг на друга, и наблюдается интерференционная картина.

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в определенной точке O. До точки M, в которой наблюдается интерференционная картина, одна волна в среде с показателем преломления n_1 прошла путь s_1, вторая — в среде с показателем преломления n_2 — путь s_2. Если в точке O фаза колебаний равна ωt, то в точке M первая волна возбудит колебание $A_1 \cos\omega\left(t - \frac{s_1}{v_1}\right)$, вторая волна — колебание $A_2 \cos\omega\left(t - \frac{s_2}{v_2}\right)$, где $v_1 = \frac{c}{n_1}$, $v_2 = \frac{c}{n_2}$ — соответственно фазовая скорость первой и второй волн. Разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке M, равна

$$\delta = \omega\left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1}\right) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(s_2 n_2 - s_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta$$

(учли, что $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, где λ_0 — длина волны в вакууме). Произведение геометрической длины s пути световой волны в данной среде на показатель n преломления этой среды называется ***оптической длиной пути*** L, а $\Delta = L_2 - L_1$ — разность оптических длин проходимых волнами путей — называется ***оптической разностью хода***.

Если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm m\lambda_0 \ (m = 0,1,2,\ldots), \quad (172.2)$$

то $\delta = \pm 2m\pi$, и колебания, возбуждаемые в точке M обеими волнами, будут происходить в одинаковой фазе. Следовательно, (172.2) является ***условием интерференционного максимума***.

Если оптическая разность хода

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \ (m = 0,1,2,\ldots), \quad (172.3)$$

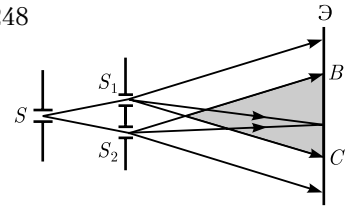
то $\delta = \pm(2m+1)\pi$, и колебания, возбуждаемые в точке M обеими волнами, будут происходить в противофазе. Следовательно, (172.3) является ***условием интерференционного минимума***.

§ 173. Методы наблюдения интерференции света

Рассмотрим условия, при которых возможно наблюдение интерференционной картины. Для получения когерентных лучей необходимо свет от одного и того же источника разделить на два пучка (или несколько пучков) и затем наложить их друг на друга так, чтобы разность хода между интерферирующими лучами была меньше длины когерентности (см. § 171). Метод получения когерентных пучков *делением волнового фронта* (он пригоден только для достаточно малых источников) заключается в том, что исходящий из источника пучок делится на два, например, проходя через два близко расположенных отверстия, либо отражаясь от зеркальных поверхностей и т. д.

1. Метод Юнга. Источником света служит ярко освещенная щель S

Рис. 248



(рис. 248), от которой световая волна падает на две узкие равноудаленные щели S_1 и S_2, параллельные щели S. Таким образом, щели S_1 и S_2 играют роль вторичных когерентных источников. Так как волны, исходящие из S_1 и S_2, получены разбиением одного и того же волнового фронта, исходящего из S, то они когерентны, и в области перекрытия этих световых пучков (область BC) наблюдается интерференционная картина на экране (Э), расположенном на некотором расстоянии параллельно S_1 и S_2. Т. Юнгу принадлежит первое наблюдение явления интерференции.

2. Зеркала Френеля. Свет от источника S (рис. 249) падает расходящимся пучком на два плоских зеркала A_1O и A_2O, расположенных относительно друг друга под углом, лишь немного отличающимся от 180° (угол φ мал). Используя правила построения изображения в плоских зеркалах, можно показать, что и источник, и его изображения S_1 и S_2 (угловое расстояние между которыми равно 2φ) лежат на одной и той же окружности радиуса r с центром в O (точка соприкосновения зеркал).

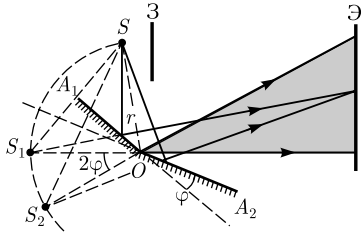


Рис. 249

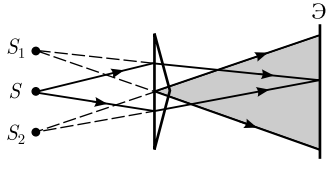


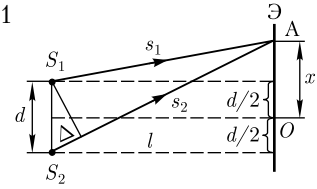
Рис. 250

Световые пучки, отражаясь от обоих зеркал, образуют два мнимых изображения S_1 и S_2 источника, которые когерентны (получены разбиением одного и того же волнового фронта, исходящего из S). Интерференционная картина наблюдается в области взаимного перекрытия отраженных пучков (на рис. 249 она затонирована). Можно показать, что максимальный угол расхождения перекрывающихся пучков не может быть больше 2φ. Интерференционная картина наблюдается на экране (Э), защищенном от прямого попадания света заслонкой (З).

3. Бипризма Френеля. Она состоит из двух одинаковых, сложенных основаниями призм с малыми преломляющими углами. Свет от источника S (рис. 250) преломляется в обеих призмах, в результате чего за бипризмой распространяются световые лучи, как бы исходящие из мнимых источников S_1 и S_2, являющихся когерентными. Таким образом, на поверхности экрана (в затонированной области) происходит наложение когерентных пучков и наблюдается интерференция.

Расчет интерференционной картины от двух источников. Расчет интерференционной картины для рассмотренных выше методов наблюдения интерференции света можно провести, используя две узкие параллельные щели, расположенные достаточно близко друг к другу (рис. 251). Щели S_1 и S_2 находятся на расстоянии d друг от друга и являются когерентными (реальными или мнимыми изображениями ис-

Рис. 251



точника S в какой-то оптической системе) источниками света. Интерференция наблюдается в произвольной точке A экрана, параллельного обеим щелям и расположенного от них на расстоянии l, причем $l \gg d$. Начало отсчета выбрано в точке O, симметричной относительно щелей.

Интенсивность в любой точке A экрана, лежащей на расстоянии x от O, определяется оптической разностью хода $\Delta = s_2 - s_1$ (см. § 172). Из рис. 251 имеем

$$s_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2; \quad s_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2,$$

откуда $s_2^2 - s_1^2 = 2xd$, или

$$\Delta = s_2 - s_1 = \frac{2xd}{s_1 + s_2}.$$

Из условия $l \gg d$ следует, что $s_1 + s_2 \approx 2l$, поэтому

$$\Delta = \frac{xd}{l}. \qquad (173.1)$$

Подставив найденное значение Δ (173.1) в условия (172.2) и (172.3), получим, что максимумы интенсивности будут наблюдаться в случае, если

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0 \ (m = 0, 1, 2, \ldots), \qquad (173.2)$$

а минимумы — в случае, если

$$x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \lambda_0 \ (m = 0, 1, 2, \ldots). \qquad (173.3)$$

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами), называемое ***шириной интерференционной полосы***, равно

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0, \qquad (173.4)$$

Δx не зависит от порядка интерференции (величины m) и является постоянной для данных l, d и λ_0. Согласно формуле (173.4), Δx обратно пропорционально d, следовательно, при большом расстоянии между источниками, например при $d \approx l$, отдельные полосы становятся неразличимыми. Для видимого света $\lambda_0 \approx 10^{-7}$ м, поэтому четкая, доступная для визуального наблюдения интерференционная картина имеет место при $l \gg d$ (это условие и принималось при расчете).

По измеренным значениям l, d и Δx, используя (173.4), можно экспериментально определить длину волны света. Из выражений (173.2) и (173.3) следует, таким образом, что интерференционная картина, создаваемая на экране двумя когерентными источниками света, представляет собой чередование светлых и темных полос, параллельных друг другу. Главный максимум, соответствующий $m = 0$, проходит через точку O. Вверх и вниз от него на равных расстояниях друг от друга располагаются максимумы (минимумы) первого ($m = 1$), второго ($m = 2$) порядков и т. д.

Описанная картина, однако, справедлива лишь при освещении монохроматическим светом ($\lambda_0 = \text{const}$). Если использовать белый свет, представляющий собой непрерывный набор длин волн от 0,39 мкм (фиолетовая граница спектра) до 0,75 мкм (красная граница спектра), то интерференционные максимумы для каждой длины волны будут, согласно формуле (173.4), смещены относительно друг друга и иметь вид радужных полос. Только для $m = 0$ максимумы всех длин волн совпадают, и в

середине экрана будет наблюдаться белая полоса, по обе стороны которой симметрично расположатся спектрально окрашенные полосы максимумов первого, второго порядков и т. д. (ближе к белой полосе будут находиться зоны фиолетового цвета, дальше — зоны красного цвета).

§ 174. Интерференция света в тонких пленках

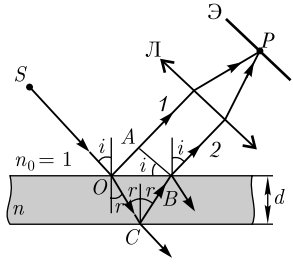
В природе часто можно наблюдать радужное окрашивание тонких пленок (масляные пленки на воде, мыльные пузыри, оксидные пленки на металлах), возникающее в результате интерференции света, отраженного двумя поверхностями пленки.

Если монохроматический свет падает на тонкую прозрачную плоскопараллельную пластинку от точечного источника, то он отражается двумя поверхностями этой пластинки: верхней и нижней.

В любую точку, находящуюся с той же стороны пластинки, что и источник, приходят два луча, которые дают интерференционную картину. *На пластинке происходит деление амплитуды*, поскольку фронты волн в ней сохраняются, меняя лишь направление своего движения.

Пусть на плоскопараллельную прозрачную пленку с показателем преломления n и толщиной d под углом i (рис. 252) падает плоская монохроматическая волна (для простоты рассмотрим один луч). На поверхности пленки в точке O луч разделится на два: частично отразится от верхней поверхности пленки, а частично преломится. Преломленный луч, дойдя до точки C, частично преломится в воздух ($n_0 = 1$), а частично отразится и пойдет к точке B. Здесь он опять частично отразится (этот ход луча в дальнейшем из-за малой интенсивности не рассматриваем) и преломится, выходя в воздух под углом i.

Рис. 252



Вышедшие из пленки лучи *1* и *2* когерентны, если оптическая разность их хода мала по сравнению с длиной когерентности падающей волны. Если на их пути поставить собирающую линзу, то они сойдутся в одной из точек P фокальной плоскости линзы. В результате возникает интерференционная картина, которая определяется оптической разностью хода между интерферирующими лучами.

Оптическая разность хода между двумя интерферирующими лучами от точки O до плоскости AB,

$$\Delta = n(OC + CB) - OA \pm \frac{\lambda_0}{2},$$

где показатель преломления окружающей пленку среды принят равным 1, а член $\pm\frac{\lambda_0}{2}$ обусловлен потерей полуволны при отражении света от границы раздела. Если $n > n_0$, то потеря полуволны произойдет в точке O и вышеупомянутый член будет иметь знак «−»; если же $n < n_0$, то потеря полуволны произойдет в точке C и $\frac{\lambda_0}{2}$ будет иметь знак «+».

Согласно рис. 252, $OC = CB = \dfrac{d}{\cos r}$, $OA = OB\sin i = 2d\,\mathrm{tg}\,r\sin i$. Учитывая

для данного случая закон преломления $\sin i = n \sin r$ ($n_0 = 1$), получим

$$\Delta = 2dn\cos r = 2dn\sqrt{1-\sin^2 r} = \\ = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i}.$$

С учетом потери полуволны для оптической разности хода получим

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2}. \quad (174.1)$$

В точке P будет интерференционный максимум, если [см. (172.2)]

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 \quad (174.2)$$
$$(m = 0,1,2,\ldots),$$

и минимум, если [см. (172.3)]

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \quad (174.3)$$
$$(m = 0,1,2,\ldots).$$

Интерференция наблюдается только в том случае, если удвоенная толщина пластинки меньше длины когерентности падающей волны.

1. Полосы равного наклона (интерференция от плоскопараллельной пластины). Из выражений (174.2) и (174.3) следует, что интерференционная картина в плоскопараллельных пластинках (пленках) определяется величинами λ_0, d, n и i. Для данных λ_0, d и n каждому наклону i лучей соответствует своя интерференционная полоса. Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку под одинаковыми углами, называются ***полосами равного наклона***.

Лучи *1′* и *1″*, отразившиеся от верхней и нижней граней пластинки (рис. 253), параллельны друг другу, так как пластинка плоскопараллельна. Следовательно, интерферирующие лучи *1′* и *1″* «пересекаются» только в бесконечности, поэтому говорят, что *полосы равного наклона локализованы в бесконечности*. Для их наблюдения используют собирающую линзу и экран (Э), расположенный в фокальной плоскости линзы. Параллельные лучи *1′* и *1″* соберутся в фокусе F линзы (на рис. 253 ее оптическая ось параллельна лучам *1′* и *1″*), в эту же точку придут и другие лучи (на рис. 253 — луч *2*), параллельные лучу *1*, в результате чего увеличивается общая интенсивность. Лучи *3*, наклоненные под другим углом, соберутся в другой точке P фокальной плоскости линзы.

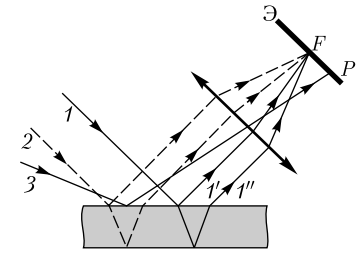
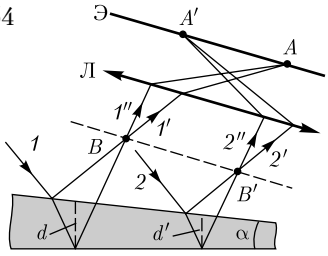


Рис. 253

Легко показать, что если оптическая ось линзы перпендикулярна поверхности пластинки, то полосы равного наклона будут иметь вид концентрических колец с центром в фокусе линзы.

2. Полосы равной толщины (интерференция от пластинки переменной толщины). Пусть на тонкую прозрачную пластинку (пленку) в виде клина (угол α между боковыми гранями мал) падает плоская волна, направление распространения которой совпадает с параллельными лучами *1* и *2* (рис. 254). Из всех лучей, на которые разделяется падающий луч *1*, рассмотрим лучи *1′* и *1″*, отразившиеся от верхней и нижней поверхностей клина. При определенном взаимном положении клина и линзы лучи *1′* и *1″* пересекутся в некоторой точке A, являющейся изображени-

Рис. 254



ем точки B. Так как лучи $1'$ и $1''$ когерентны, они будут интерферировать. Если источник расположен довольно далеко от поверхности клина и угол α ничтожно мал, то оптическая разность хода между интерферирующими лучами $1'$ и $1''$ может быть с достаточной степенью точности вычислена по формуле (174.1), где d — толщина клина в месте падения на него луча. Лучи $2'$ и $2''$, образовавшиеся при делении луча 2, падающего в другую точку клина, собираются линзой в точке A'. Оптическая разность хода уже определяется толщиной d'. Таким образом, на экране возникает система интерференционных полос. Каждая из полос появляется при отражении от мест пластинки, имеющих одинаковую толщину (в общем случае толщина пластинки может изменяться произвольно). Интерференционные полосы, возникающие в результате интерференции от мест одинаковой толщины, называются ***полосами равной толщины***.

Так как верхняя и нижняя грани клина не параллельны между собой, то лучи $1'$ и $1''$ ($2'$ и $2''$) пересекаются вблизи пластинки, в изображенном на рис. 254 случае — над ней (при другой конфигурации клина они могут пересекаться и под пластинкой). Таким образом, *полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности клина*. Если свет падает на пластинку нормально, то полосы равной толщины локализуются на верхней поверхности клина.

3. Кольца Ньютона. Кольца Ньютона, являющиеся классическим примером полос равной толщины, наблюдаются при отражении света от воздушного зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны (рис. 255). Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от верхней и нижней поверхностей воздушного зазора между линзой и пластинкой. При наложении отраженных лучей возникают полосы равной толщины, при нормальном падении света имеющие вид концентрических колец. Центры колец Ньютона совпадают с точкой O соприкосновения линзы с пластинкой.

В отраженном свете оптическая разность хода (с учетом потери полуволны при отражении), согласно (174.1), при условии, что показатель преломления воздуха $n=1$, а $i=0$,

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2},$$

где d — ширина зазора.

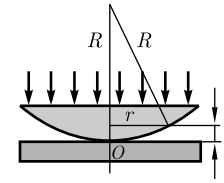
Из рис. 255 следует, что $R^2 = (R-d)^2 + r^2$, где R — радиус кривизны линзы; r — радиус кривизны окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор d. Учитывая, что d мало, получим $d = \dfrac{r^2}{2R}$. Следовательно,

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}. \qquad (174.4)$$

Приравняв (174.4) к условиям максимума (172.2) и минимума (172.3), получим выражения для радиусов m-го светлого кольца и m-го темного кольца соответственно

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_0 R} \quad (m = 1, 2, 3, \ldots),$$

Рис. 255



$$r_m^* = \sqrt{m\lambda_0 R} \quad (m = 0,1,2,3,\ldots).$$

Измеряя радиусы соответствующих колец, можно (зная радиус кривизны линзы R) определить λ_0 и, наоборот, по известной λ_0 найти радиус кривизны R линзы.

Как для полос равного наклона, так и для полос равной толщины положение максимумов зависит от длины волны λ_0 [см. (174.2). Поэтому система светлых в темных полос получается только при освещении *монохроматическим светом*. При наблюдении в белом свете получается совокупность смещенных друг относительно друга полос, образованных лучами разных длин волн, и интерференционная картина приобретает радужную окраску.

Все рассуждения были проведены для отраженного света. Интерференцию можно наблюдать и в *проходящем свете*, причем в данном случае не наблюдается потери полуволны. Следовательно, оптическая разность хода для проходящего и отраженного света отличается на $\frac{\lambda_0}{2}$, т.е. *максимумам интерференции в отраженном свете соответствуют минимумы в проходящем, и наоборот*.

§ 175. Применение интерференции света

Явление интерференции обусловлено волновой природой света; его количественные закономерности зависят от длины волны λ_0. Поэтому это явление применяется для подтверждения волновой природы света и для измерения длин волн (***интерференционная спектроскопия***).

Явление интерференции применяется также для улучшения качества оптических приборов (***просветление оптики***) и получения ***высокоотражающих покрытий***. Прохождение света через каждую преломляющую поверхность линзы, например через границу стекло — воздух, сопровождается отражением $\approx 4\,\%$ падающего потока (при показателе преломления стекла $\approx 1{,}5$). Так как современные объективы содержат большое количество линз, то число отражений в них велико, а поэтому велики и потери светового потока. Следовательно, интенсивность прошедшего света ослабляется и светосила оптического прибора уменьшается. Кроме того, отражения от поверхностей линз приводят к возникновению бликов, что часто (например, в военной технике) демаскирует положение прибора.

Для устранения указанных недостатков осуществляют так называемое ***просветление оптики*** — это сведе́ние к минимуму коэффициентов отражения поверхностей оптических систем путем нанесения на них прозрачных пленок, толщина которых соизмерима с длиной волны оптического излучения. Для этого на свободные поверхности линз наносят тонкие пленки с показателем преломления, меньшим, чем у материала линзы. При отражении света от границ раздела воздух — пленка и пленка — стекло возникает интерференция когерентных лучей $1'$ и $2'$ (рис. 256). Толщину пленки d и показатели преломления стекла n_c и пленки n можно подобрать так, чтобы волны, отраженные от обеих поверхностей пленки, гасили друг друга. Для этого их амплиту-

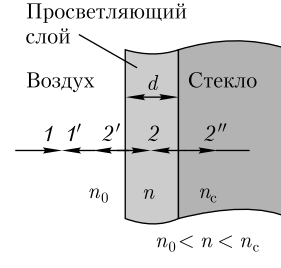


Рис. 256

ды должны быть равны, а оптическая разность хода равна $(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$ [см. (172.3)]. Расчет показывает, что амплитуды отраженных волн равны, если

$$n = \sqrt{n_c}. \qquad (175.1)$$

Так как n_c, n и показатель преломления воздуха n_0 удовлетворяют условиям $n_c > n > n_0$, то потеря полуволны происходит на обеих поверхностях; следовательно, условие минимума (предполагаем, что свет падает нормально, т.е. $i = 0$)

$$2nd = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где nd — ***оптическая толщина пленки***. Обычно принимают $m = 0$, тогда

$$nd = \frac{\lambda_0}{4}.$$

Таким образом, если выполняется условие (175.1) и оптическая толщина пленки равна $\frac{\lambda_0}{4}$, то в результате интерференции наблюдается гашение отраженных лучей. Так как добиться одновременного гашения для всех длин волн невозможно, то это обычно делается для наиболее восприимчивой глазом длины волны $\lambda_0 \approx 0{,}55$ мкм. Поэтому объективы с просветленной оптикой имеют синевато-красный оттенок.

Создание ***высокоотражающих покрытий*** стало возможным лишь на основе ***многолучевой интерференции***. В отличие от двухлучевой интерференции, которую мы рассматривали до сих пор, многолучевая интерференция возникает при наложении большого числа когерентных световых пучков. Распределение интенсивности в интерференционной картине существенно различается; интерференционные максимумы значительно у́же и ярче, чем при наложении двух когерентных световых пучков. Так, результирующая амплитуда световых колебаний одинаковой амплитуды в максимумах интенсивности, где сложение происходит в одинаковой фазе, в N раз больше, а интенсивность в N^2 раз больше, чем от одного пучка (N — число интерферирующих пучков).

Отметим, что для нахождения результирующей амплитуды удобно пользоваться графическим методом, используя метод вращающегося вектора амплитуды (см. § 140). Многолучевая интерференция осуществляется в дифракционной решетке (см. § 180).

Многолучевую интерференцию можно осуществить в многослойной системе чередующихся пленок с разными показателями преломления (но одинаковой оптической толщиной, равной $\frac{\lambda_0}{4}$), нанесенных на отражающую поверхность (рис. 257). Можно показать, что на границе раздела пленок (между двумя слоями ZnS с бо́льшим показателем преломления n_1 находится пленка криолита с меньшим показателем преломления n_2) возникает большое число отраженных интерферирующих лучей, которые при оптической толщине пленок $\frac{\lambda_0}{4}$ будут взаимно усиливаться, т.е. коэффициент отражения возрастает.

Характерной особенностью такой высокоотражательной системы являет-

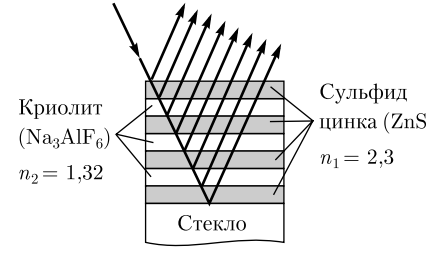


Рис. 257

ся то, что она действует в очень узкой спектральной области, причем чем больше коэффициент отражения, тем уже эта область. Например, система из семи пленок для области, равной 0,5 мкм, дает коэффициент отражения $\rho \approx 96\,\%$ (при коэффициенте пропускания $\approx 3{,}5\,\%$ и коэффициенте поглощения $< 0{,}5\,\%$). Подобные отражатели применяются в лазерной технике, а также используются для создания интерференционных светофильтров (узкополосных оптических фильтров).

Явление интерференции лежит в основе устройства ***интерферометров*** — оптических приборов, с помощью которых можно пространственно разделить пучок света на два или большее число когерентных пучков и создать между ними определенную разность хода. После сведения этих пучков вместе наблюдается интерференция. Методов получения когерентных пучков много, поэтому существует множество конструкций интерферометров. На рис. 258 представлена упрощенная схема ***интерферометра Майкельсона***. Монохроматический свет от источника S падает под углом 45° на плоскопараллельную пластинку P_1. Сторона пластинки, удаленная от S, посеребренная и полупрозрачная, разделяет луч на две части: луч *1* (отражается от посеребренного слоя) и луч *2* (проходит через него). Луч *1* отражается от зеркала M_1 и, возвращаясь обратно, вновь проходит через пластинку P_1 (луч *1′*). Луч *2* идет к зеркалу M_2, отражается от него, возвращается обратно и отражается от пластинки P_1 (луч *2′*). Так как первый из лучей проходит сквозь пластинку P_1 дважды, то для компенсации возникающей разности хода на пути второго луча ставится пластинка P_2 (точно такая же, как и P_1, только не покрытая слоем серебра).

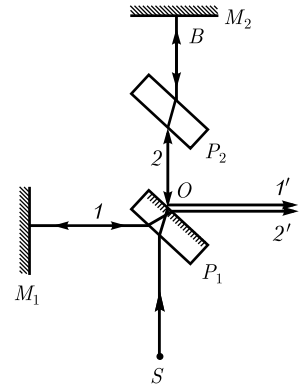


Рис. 258

Лучи *1′* и *2′* когерентны, следовательно, будет наблюдаться интерференция, результат которой зависит от оптической разности хода луча *1* от точки O до зеркала M_1 и луча *2* от точки O до зеркала M_2. При перемещении одного из зеркал на расстояние $\frac{\lambda_0}{4}$ разность хода обоих лучей увеличится на $\frac{\lambda_0}{2}$ и произойдет смена освещенности зрительного поля. Следовательно, по незначительному смещению интерференционной картины можно судить о малом перемещении одного из зеркал и использовать интерферометр Майкельсона для точного (порядка 10^{-7} м) измерения длин [измерения длины тел, длины волны света, изменения длины тела при изменении температуры (интерференционный дилатометр)].

Российский физик В. П. Линник (1889 — 1984) использовал принцип работы интерферометра Майкельсона для создания ***микроинтерферометра*** (комбинация интерферометра и микроскопа), служащего, например, для контроля чистоты обработки поверхности.

Интерферометры — очень чувствительные оптические приборы, позволяющие определять незначительные изменения показателя преломления прозрачных тел (газов, жидких и твердых

тел) в зависимости от давления, температуры, примесей и т. д. Такие интерферометры получили название ***интерференционных рефрактометров***.

На пути интерферирующих лучей располагаются две одинаковые кюветы длиной l, одна из которых заполнена, например, газом с известным (n_0), а другая — с неизвестным (n_x) показателями преломления. Возникшая между интерферирующими лучами дополнительная оптическая разность хода $\Delta = (n_x - n_0)l$. Изменение разности хода приведет к сдвигу интерференционных полос. Этот сдвиг можно характеризовать величиной

$$m_0 = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{(n_x - n_0)l}{\lambda},$$

где m_0 показывает, на какую часть ширины интерференционной полосы сместилась интерференционная картина. Измеряя величину m_0 при известных l, n_0 и λ, можно вычислить n_x или изменение $n_x - n_0$. Например, при смещении интерференционной картины на $^1/_5$ полосы при $l = 10$ см и $\lambda = 0{,}5$ мкм $n_x - n_0 = 10^{-6}$, т. е. интерференционные рефрактометры позволяют измерять изменение показателя преломления с очень высокой точностью (до $1/1\,000\,000$).

Применение интерферометров очень многообразно. Кроме перечисленного, они используются для изучения качества изготовления оптических деталей, измерения углов, исследования быстропротекающих процессов, происходящих в воздухе, обтекающем летательные аппараты, и т. д. Применяя интерферометр, Майкельсон впервые провел сравнение международного эталона метра с длиной стандартной световой волны. С помощью интерферометров исследовалось также распространение света в движущихся телах, что привело к фундаментальным изменениям представлений о пространстве и времени.

Контрольные вопросы

- Каковы основные положения и выводы корпускулярной и волновой теорий света?
- Почему возникло представление о двойственной корпускулярно-волновой природе света?
- В чем заключается основная идея теории Планка?
- Какую величину называют временем когерентности? длиной когерентности? Какова связь между ними?
- Для чего вводятся понятия временно́й и пространственной когерентностей?
- Что такое оптическая длина пути? оптическая разность хода?
- Два когерентных световых пучка с оптической разностью хода $\Delta = {}^3/_2\lambda$ интерферируют в некоторой точке. Максимум или минимум наблюдается в этой точке? Почему?
- Почему интерференцию можно наблюдать от двух лазеров и нельзя от двух электроламп?
- Как изменится интерференционная картина в опыте Юнга (см. рис. 248), если эту систему поместить в воду?
- Будут ли отличаться интерференционные картины от двух узких близко лежащих параллельных щелей при освещении их монохроматическим и белым светом? Почему?
- Что такое полосы равной толщины и равного наклона? Где они локализованы?
- Освещая тонкую пленку из прозрачного материала монохроматическим светом, падающим нормально к поверхности пленки, на ней наблюдают параллельные чередующиеся равноудаленные темные и светлые полосы. Одинакова ли толщина отдельных участков пленки?

- Почему центр колец Ньютона, наблюдаемых в проходящем свете, обычно светлый?
- Между двумя пластинками имеется воздушный клин, освещая который монохроматическим светом наблюдают интерференционные полосы. Как изменится расстояние между полосами, если пространство заполнить прозрачной жидкостью?
- В чем заключается суть просветления оптики?
- Когда и почему слой (слои) с оптической толщиной в четверть длины волны служит (служат) для полного гашения отраженных лучей и для получения высокоотражающих покрытий?

ЗАДАЧИ

22.1. Определите, какую длину пути s_1 пройдет фронт волны монохроматического света в вакууме за то же время, за которое он проходит путь $s_2 = 1{,}5$ мм в стекле с показателем преломления $n_2 = 1{,}5$. [2,25 мм]

22.2. В опыте Юнга щели, расположенные на расстоянии 0,3 мм, освещались монохроматическим светом с длиной волны 0,6 мкм. Определите расстояние от щелей до экрана, если ширина интерференционных полос равна 1 мм. [0,5 м]

22.3. На стеклянный клин ($n = 1{,}5$) нормально падает монохроматический свет ($\lambda = 698$ нм). Определите угол между поверхностями клина, если расстояние между двумя соседними интерференционными минимумами в отраженном свете равно 2 мм. [$0{,}4'$]

22.4. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определите показатель преломления жидкости. [1,46]

22.5. На линзу с показателем преломления 1,55 нормально падает монохроматический свет с длиной волны 0,55 мкм. Для устранения потерь отраженного света на линзу наносится тонкая пленка. Определите: 1) оптимальный показатель преломления пленки; 2) толщину пленки. [1) 1,24; 2) 0,111 мкм]

22.6. В опыте с интерферометром Майкельсона для смещения интерференционной картины на 450 полос зеркало пришлось переместить на расстояние 0,135 мм. Определите длину волны падающего света. [0,6 мкм]

22.7. На пути одного из лучей интерференционного рефрактометра поместили откачанную трубку длиной 10 см. При заполнении трубки хлором интерференционная картина сместилась на 131 полосу. Определите показатель преломления хлора, если наблюдение производится в монохроматическом свете с длиной волны 0,59 мкм. [1,000773]

Глава 23
ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

§ 176. Принцип Гюйгенса — Френеля

Дифракцией называется огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути, или в более широком смысле — любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики. Благодаря дифракции волны могут попадать в область геометрической тени, огибать препятствия, проникать через небольшие

отверстия в экранах и т. д. Например, звук хорошо слышен за углом дома, т. е. звуковая волна его огибает.

Явление дифракции, общее для всех волновых процессов, имеет особенности для света, а именно здесь, как правило, длина волны λ много меньше размеров d преград (или отверстий). Поэтому наблюдать дифракцию можно только на достаточно больших расстояниях l от преграды ($l \geqslant \frac{d^2}{\lambda}$).

Дифракция света — это совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света сквозь малые отверстия, вблизи границ непрозрачных тел и т. д., обусловленных волновой природой света. Под дифракцией света обычно понимают отклонение от законов распространения света, описываемых геометрической оптикой.

Объяснение дифракции возможно с помощью *принципа Гюйгенса* (см. § 170), согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени.

Пусть плоская волна нормально падает на отверстие в непрозрачном экране (рис. 259). Согласно Гюйгенсу, каждая точка выделяемого отверстием участка волнового фронта служит источником вторичных волн (в однородной изотропной среде они сферические). Построив огибающую вторичных волн для некоторого момента времени, видим, что фронт волны заходит в область геометрической тени, т. е. волна огибает края отверстия.

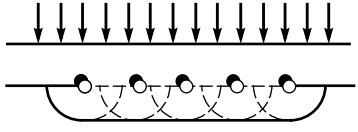


Рис. 259

Явление дифракции характерно для волновых процессов. Поэтому если свет является волновым процессом, то для него должна наблюдаться дифракция, т. е. световая волна, падающая на границу какого-либо непрозрачного тела, должна огибать его (проникать в область геометрической тени). Из опыта, однако, известно, что предметы, освещаемые светом, идущим от точечного источника, дают резкую тень и, следовательно, лучи не отклоняются от их прямолинейного распространения. Почему же возникает резкая тень, если свет имеет волновую природу? К сожалению, в теории Гюйгенса ответа на этот вопрос нет.

Принцип Гюйгенса решает лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся по разным направлениям. Френель вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей интерференции вторичных волн.

Согласно ***принципу Гюйгенса — Френеля***, световая волна, возбуждаемая каким-либо источником S, может быть представлена как *результат суперпозиции когерентных вторичных волн*, «излучаемых» фиктивными источниками. Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S. Обычно в качестве этой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Таким образом, волны, распространяющиеся от источника, являются результатом интерференции всех когерентных вторичных волн.

Френель исключил возможность возникновения обратных вторичных волн и предположил, что если между

источником и точкой наблюдения находится непрозрачный экран с отверстием, то на поверхности экрана амплитуда вторичных волн равна нулю, а в отверстии — такая же, как при отсутствии экрана.

Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет в каждом конкретном случае найти амплитуду (интенсивность) результирующей волны в любой точке пространства, т. е. определить закономерности распространения света. В общем случае расчет интерференции вторичных волн довольно сложный и громоздкий, однако, как будет показано ниже, для некоторых случаев нахождение амплитуды результирующего колебания осуществляется алгебраическим суммированием.

§ 177. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

Принцип Гюйгенса — Френеля в рамках волновой теории должен был ответить на вопрос о прямолинейном распространении света. Френель решил эту задачу, рассмотрев взаимную интерференцию вторичных волн и применив прием, получивший название ***метода зон Френеля***.

Найдем в произвольной точке M амплитуду световой волны, распространяющейся в однородной среде из точечного источника S монохроматического света (рис. 260). Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, заменим действие источника S действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности Ф, являющейся поверхностью фронта волны, идущей из S (поверхность сферы с центром S).

Френель предложил разбить волновую поверхность Ф на кольцевые зоны

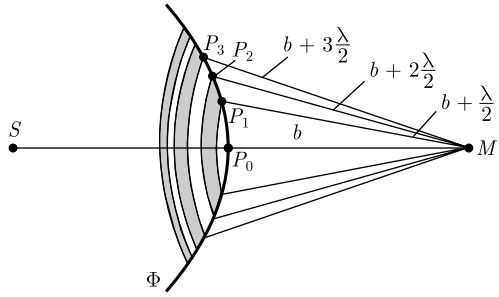


Рис. 260

такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до M отличались на $\frac{\lambda}{2}$, т.е. $P_1M - P_0M = P_2M - P_1M = P_3M - P_2M = \ldots = \frac{\lambda}{2}$. Подобное разбиение фронта волны на зоны можно выполнить, проведя с центром в точке M сферы радиусами $b+\frac{\lambda}{2}$, $b+2\frac{\lambda}{2}$, $b+3\frac{\lambda}{2}$, … . Так как колебания от соседних зон проходят до точки M расстояния, отличающиеся на $\frac{\lambda}{2}$, то в точку M они приходят в противоположной фазе и при наложении эти колебании будут взаимно ослаблять друг друга. Поэтому амплитуда результирующего светового колебания в точке M

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \ldots , \quad (177.1)$$

где A_1, A_2, … — амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й, … зонами.

Для оценки амплитуд колебаний найдем площади зон Френеля. Пусть внешняя граница m-й зоны выделяет на волновой поверхности сферический

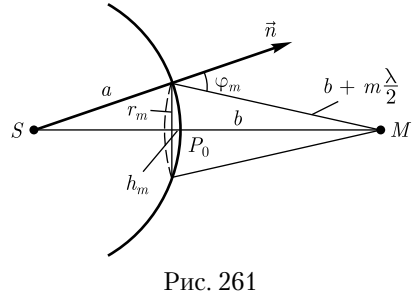


Рис. 261

сегмент высоты h_m (рис. 261). Обозначив площадь этого сегмента через σ_m, найдем, что площадь m-й зоны Френеля равна $\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1}$, где σ_{m-1} — площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей $(m-1)$-й зоны. Из рисунка следует, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \\ = \left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2. \quad (177.2)$$

После элементарных преобразований, учитывая, что $\lambda \ll a$ и $\lambda \ll b$, получим

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (177.3)$$

Площадь сферического сегмента и площадь m-й зоны Френеля соответственно равны

$$\sigma_m = 2\pi a h_m = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}m; \\ \Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}. \quad (177.4)$$

Выражение (177.4) не зависит от m, следовательно, при не слишком больших m площади зон Френеля одинаковы. Таким образом, построение зон Френеля разбивает волновую поверхность сферической волны на равновеликие зоны.

Согласно предположению Френеля, действие отдельных зон в точке M тем меньше, чем больше угол φ_m (см. рис. 261) между нормалью $\vec{n}$ к поверхности зоны и направлением на M, т. е. действие зон постепенно убывает от центральной (около P_0) к периферическим. Кроме того, интенсивность излучения в направлении точки M уменьшается с ростом m и вследствие увеличения расстояния от зоны до точки M. Следовательно,

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > \dots .$$

Общее число зон Френеля, умещающихся на полусфере, очень велико; например, при $a = b = 10$ см и $\lambda = 0{,}5$ мкм $N = \dfrac{2\pi a^2}{\pi ab\lambda}(a+b) = 8\cdot 10^5$. Поэтому в качестве допустимого приближения можно считать, что амплитуда колебания A_m от некоторой m-й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон, т. е.

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}. \quad (177.5)$$

Тогда выражение (177.1) можно записать в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \\ + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots = \frac{A_1}{2}, \quad (177.6)$$

так как выражения, стоящие в скобках, согласно (177.5), равны нулю, а оставшаяся часть от амплитуды последней зоны ничтожно мала.

Таким образом, амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке M определяется как бы действием только половины центральной зоны Френеля. Следовательно, действие всей волновой поверхности на точку M сводится к действию ее малого участка, меньшего центральной зоны.

Если в выражении (177.2) положим, что высота сегмента $h_m \ll a$ (при не слишком больших m), тогда $r_m^2 = 2ah_m$. Подставив сюда значение (177.3), найдем радиус внешней границы m-й зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}. \quad (177.7)$$

При $a = b = 10$ см и $\lambda = 0{,}5$ мкм радиус первой (центральной) зоны $r_1 = 0{,}158$ мм.

Следовательно, распространение света от S к M происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль SM, т. е. *прямолинейно*. Таким образом, принцип Гюйгенса — Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

Правомерность деления волнового фронта на зоны Френеля подтверждена экспериментально. Для этого используются ***зонные пластинки*** — в простейшем случае стеклянные пластинки, состоящие из системы чередующихся прозрачных и непрозрачных концентрических колец, построенных по принципу расположения зон Френеля, т. е. с радиусами r_m зон Френеля, определяемыми выражением (177.7) для заданных значений a, b и λ ($m = 0, 2, 4, \ldots$ для прозрачных и $m = 1, 3, 5, \ldots$ для непрозрачных колец). Если поместить зонную пластинку в строго определенном месте (на расстоянии a от точечного источника и на расстоянии b от точки наблюдения на линии, соединяющей эти две точки), то для света длиной волны λ она перекроет четные зоны и оставит свободными нечетные, начиная с центральной. В результате этого результирующая амплитуда $A = A_1 + A_3 + A_5 + \ldots$ должна быть больше, чем при полностью открытом волновом фронте. Опыт подтверждает эти выводы: зонная пластинка увеличивает освещенность в точке M, *действуя подобно собирающей линзе*.

§ 178. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

Дифракцию разделяют на два типа — в зависимости от расстояний от источника и точки наблюдения (экрана) до препятствия, расположенного на пути распространения света. Первый тип дифракции относится к случаю, когда на препятствие падает сферическая или плоская волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся за препятствием на конечном от него расстоянии. Дифракционные явления этого типа впервые изучены Френелем и называются ***дифракцией Френеля*** (или ***дифракцией в сходящихся лучах***).

При рассмотрении этого типа дифракции воспользуемся *гипотезой Френеля* (см. § 176), согласно которой часть волнового фронта, закрытая экраном, не действует вообще, а незакрытые участки волнового фронта действуют, как в случае отсутствия экрана. Это приближение вполне допустимо в случаях, когда размеры отверстия значительно больше длины волны λ, так как влияние экрана существенно лишь в непосредственной близости от его края (на расстояниях, сравнимых с длиной волны λ).

1. Дифракция на круглом отверстии. Сферическая волна, распространяющаяся из точечного источника S, встречает на своем пути экран с круглым отверстием. Дифракционную картину наблюдаем на экране Э в точке B, лежащей на линии, соединяющей S с центром отверстия (рис. 262). Экран параллелен плоскости отверстия и нахо-

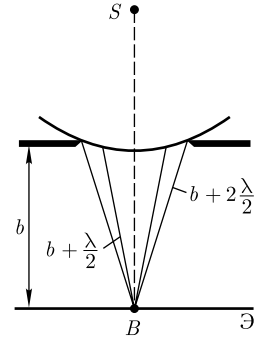


Рис. 262

дится от него на расстоянии b. Разобьем открытую часть волновой поверхности Ф на зоны Френеля. Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, укладывающихся на открытой части волновой поверхности в плоскости отверстия. Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке B всеми зонами [см. (177.1) и (177.6)],

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2},$$

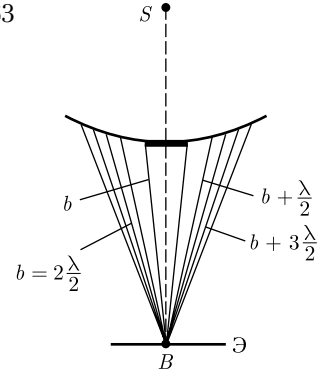
где знак «+» соответствует нечетным m и «−» — четным m.

Если отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то амплитуда (интенсивность) в точке B будет больше, чем при свободном распространении волны, если четное, то амплитуда (интенсивность) будет равна нулю.

Если отверстие открывает одну зону Френеля, то в точке B амплитуда $A = A_1$, т.е. вдвое больше, чем в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием (см. § 177). Интенсивность света больше соответственно в четыре раза.

Если отверстие открывает две зоны Френеля, то их действия в точке B практически уничтожат друг друга из-за интерференции. Таким образом, дифракционная картина от круглого отверстия вблизи точки B будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец с центрами в точке B (если m четное, то в центре будет темное кольцо, если m нечетное — то светлое кольцо), причем интенсивность в максимумах убывает с расстоянием от центра картины.

Рис. 263



Расчет амплитуды результирующего колебания на внеосевых участках экрана более сложен, так как соответствующие им зоны Френеля частично перекрываются непрозрачным экраном. Если отверстие освещается не монохроматическим, а белым светом, то кольца окрашены.

Число зон Френеля, открываемых отверстием, зависит от его диаметра. Если он большой, то $A_m \ll A_1$ и результирующая амплитуда $A = \frac{A_1}{2}$, т.е. такая же, как и при полностью открытом волновом фронте. В данном случае дифракции не наблюдается, свет распространяется, как и в отсутствие круглого отверстия, прямолинейно.

2. Дифракция на диске. Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника S, встречает на своем пути непрозрачный диск. Дифракционную картину наблюдаем на экране Э в точке B, лежащей на линии, соединяющей S с центром диска (рис. 263). В данном случае закрытый диском участок волнового фронта надо исключить из рассмотрения и зоны Френеля строить, начиная с краев диска. Пусть диск закрывает m первых зон Френеля. Тогда амплитуда результирующего колебания в точке B равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \ldots =$$

$$= \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2}\right) + \ldots$$

или

$$A = \frac{A_{m+1}}{2},$$

так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Следовательно, в точке B *всегда наблюдается интерференционный максимум* (*светлое пятно*), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля. Центральный максимум окружен концентрическими с ним темными и светлыми кольцами, а интенсивность в максимумах убывает с расстоянием от центра картины.

С увеличением диаметра диска первая открытая зона Френеля удаляется от точки B и увеличивается угол φ_m (см. рис. 261) между нормалью к поверхности этой зоны и направлением на точку B. В результате интенсивность центрального максимума с увеличением размеров диска уменьшается. При больших размерах диска за ним наблюдается тень, вблизи границ которой имеет место весьма слабая дифракционная картина.

§ 179. Дифракция Фраунгофера на одной щели

Второй тип дифракции — ***дифракция Фраунгофера***[1] (или ***дифракция в параллельных лучах***) наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию. Чтобы этот тип дифракции осуществить, достаточно точечный источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера от бесконечно длинной щели (для этого практически достаточно, чтобы длина щели была значительно больше ее ширины). Пусть плоская монохроматическая световая волна падает нормально плоскости узкой щели шириной a (рис. 264, a). Оптическая разность хода между крайними лучами MC и ND, идущими от щели в произвольном направлении φ,

$$\Delta = NF = a\sin\varphi, \qquad (179.1)$$

где F — основание перпендикуляра, опущенного из точки M на луч ND.

Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, каждая точка щели является источником вторичных волн. Открытую часть волновой поверхности в плоскости щели MN разбивают на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру M щели. Ширина каждой зоны выбирается так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна $\frac{\lambda}{2}$, т. е. всего на ширине щели уместится $\frac{\Delta}{\lambda/2}$ зон. Так как свет на щель падает нормально, то плоскость щели со-

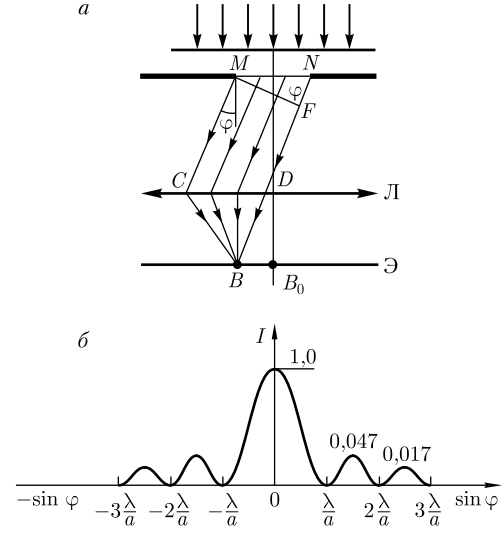


Рис. 264

[1] И. Фраунгофер (1787 — 1826) — немецкий физик.

впадает с волновым фронтом; следовательно, все точки волнового фронта в плоскости щели будут колебаться в одинаковой фазе. Амплитуды вторичных волн в плоскости щели будут равны, так как выбранные зоны Френеля имеют одинаковые площади и одинаково наклонены к направлению наблюдения.

Из выражения (179.1) вытекает, что число зон Френеля, укладывающихся на ширине щели, зависит от угла φ. От числа зон Френеля, в свою очередь, зависит результат наложения всех вторичных волн. Из приведенного построения следует, что при интерференции света от каждой пары *соседних* зон Френеля амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как колебания от каждой пары соседних зон взаимно гасят друг друга. Следовательно, если *число зон Френеля четное*, то

$$a\sin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2}\ (m = 1, 2, 3, \ldots), \quad (179.2)$$

и в точке B наблюдается ***дифракционный минимум*** (полная темнота), если же *число зон Френеля нечетное*, то

$$a\sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}\ (m = 1, 2, 3, \ldots), \quad (179.3)$$

и наблюдается ***дифракционный максимум***, соответствующий действию одной нескомпенсированной зоны Френеля. Отметим, что в направлении $\varphi = 0$ щель действует как одна зона Френеля, и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью, т. е. в точке B_0 наблюдается ***центральный дифракционный максимум***.

Из условий (179.2) и (179.3) можно найти направления на точки экрана, в которых амплитуда (а следовательно, и интенсивность) равна нулю ($\sin\varphi_{\min} = \pm\frac{m\lambda}{a}$) или максимальна ($\sin\varphi_{\max} = \pm\frac{(2m+1)\lambda}{2a}$). Распределение интенсивности на экране, получаемое вследствие дифракции (***дифракционный спектр***), приведено на рис. 264, *б*. Расчеты показывают, что интенсивности в центральном и последующих максимумах относятся как $1 : 0{,}047 : 0{,}017 : 0{,}0083 : \ldots$, т. е. основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме. *С уменьшением ширины щели центральный максимум расширяется* [согласно (179.2) возрастают углы $\varphi = \pm\arcsin\frac{\lambda}{a}$, которые соответствуют минимумам первого порядка, ограничивающим центральный максимум]; при этом яркость его уменьшается. Все сказанное относится и к другим максимумам.

С увеличением ширины щели ($a > \lambda$) *дифракционные полосы становятся уже и ярче, а число полос больше. При* $a \gg \lambda$ *в центре получается резкое изображение источника света* (имеет место прямолинейное распространение света).

При $a = \lambda$ (что соответствует $\sin\varphi = 1$ и $\varphi = \frac{\pi}{2}$) центральный максимум расплывается в бесконечность и экран освещен равномерно. Отметим, что *при* $a \leqslant \lambda$ *приближенный метод Френеля не применяют,* так как волновое поле в плоскости щели нельзя отождествлять с неискаженным полем падающей волны. В данном случае необходимо строгое решение задачи с использованием уравнений Максвелла.

Положение дифракционных максимумов зависит от длины волны λ, поэтому рассмотренная выше дифракционная картина имеет место лишь для монохроматического света. При освещении щели белым светом центральный максимум наблюдается в виде белой полоски; он общий для всех длин

волн (при $\varphi = 0$ разность хода равна нулю для всех λ). Боковые максимумы радужно окрашены, так как условие максимума при любых m различно для разных λ. Таким образом, справа и слева от центрального максимума наблюдаются максимумы первого ($m = 1$), второго ($m = 2$) и других порядков, обращенные фиолетовым краем к центру дифракционной картины. Однако они настолько расплывчаты, что отчетливого разделения различных длин волн с помощью дифракции на одной щели получить невозможно.

§ 180. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке

Большое практическое значение имеет дифракция, наблюдаемая при прохождении света через ***одномерную дифракционную решетку*** — систему параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками. Рассматривая дифракцию Фраунгофера на щели, мы видели, что распределение интенсивности на экране определяется направлением дифрагированных лучей. Это означает, что перемещение щели параллельно самой себе влево или вправо не изменит дифракционной картины. Следовательно, если перейти от одной щели ко многим (к дифракционной решетке), то дифракционные картины, создаваемые каждой щелью в отдельности, будут одинаковыми.

Дифракционная картина на решетке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т.е. *в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция* когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

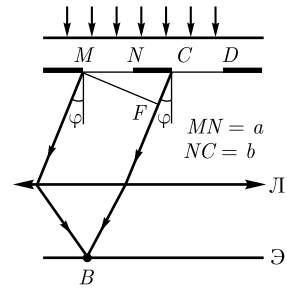


Рис. 265

Рассмотрим дифракционную решетку. На рис. 265 для наглядности показаны только ее две соседние щели MN и CD. Если ширина каждой щели равна a, а ширина непрозрачных участков между щелями b, то величина $d = a + b$ называется ***постоянной (периодом) дифракционной решетки***. Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости решетки. Так как щели находятся друг от друга на одинаковых расстояниях, то разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей, будут для данного направления φ одинаковы в пределах всей дифракционной решетки:

$$\Delta = CF = (a + b)\sin\varphi = d\sin\varphi. \quad (180.1)$$

Очевидно, что в тех направлениях, в которых *ни одна* из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при двух щелях, т.е. *прежние* (*главные*) *минимумы* интенсивности будут наблюдаться в направлениях, определяемых условием (179.2):

$$a\sin\varphi = \pm m\lambda \ (m = 1, 2, 3, \ldots). \quad (180.2)$$

Кроме того, вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых двумя щелями, в некоторых направлениях они будут гасить друг друга, т.е. возникнут ***дополнительные минимумы***. Очевидно, что эти дополнительные минимумы будут наблюдаться в тех на-

правлениях, которым соответствует разность хода лучей $\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}, \ldots$, посылаемых, например, от крайних левых точек M и C обеих щелей. Таким образом, с учетом (180.1) ***условие дополнительных минимумов***:

$$d\sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad (m = 0,1,2,\ldots).$$

Наоборот, действие одной щели будет усиливать действие другой, если

$$d\sin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2} = \pm m\lambda \quad (m = 0,1,2,\ldots), \tag{180.3}$$

т.е. выражение (180.3) задает ***условие главных максимумов***.

Таким образом, полная дифракционная картина для двух щелей определяется из условий:

$a\sin\varphi = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots$ (главные минимумы);

$d\sin\varphi = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \ldots$ (дополнительные минимумы);

$d\sin\varphi = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots$ (главные максимумы),

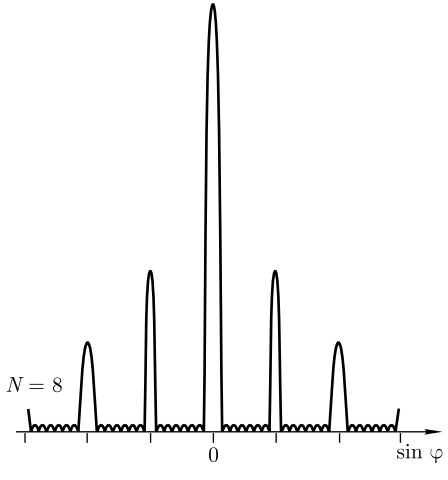


Рис. 266

т.е. между двумя главными максимумами располагается один дополнительный минимум. Аналогично можно показать, что между каждыми двумя главными максимумами при трех щелях располагается два дополнительных минимума, при четырех щелях — три и т.д.

Если дифракционная решетка состоит из N щелей, то условием главных минимумов является условие (180.2), условием главных максимумов — условие (180.3), а условием дополнительных минимумов

$$d\sin\varphi = \pm\frac{m'\lambda}{N} \quad (m' \neq 0, N, 2N, \ldots), \tag{180.4}$$

где m' может принимать все целочисленные значения, кроме тех, при которых условие (180.4) переходит в (180.3). Следовательно, *в случае N щелей между двумя главными максимумами располагается $N-1$ дополнительных минимумов, разделенных вторичными максимумами, создающими весьма слабый фон.*

Чем больше щелей N, тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, а следовательно, более интенсивными и более острыми будут максимумы. На рис. 266 качественно представлена дифракционная картина от восьми щелей. Так как модуль $\sin\varphi$ не может быть больше единицы, то из (180.3) следует, что число главных максимумов

$$m \leqslant \frac{d}{\lambda},$$

т.е. определяется отношением периода решетки к длине волны.

Положение главных максимумов зависит от длины волны λ [см. (180.3)].

Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ($m = 0$), разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная — наружу. Это свойство дифракционной решетки используется для исследования спектрального состава света (определения длин волн и интенсивностей всех монохроматических компонентов), т. е. *дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор*, предназначенный для разложения света в спектр и измерения *длин волн*.

Дифракционные решетки, используемые в различных областях спектра, отличаются размерами, формой, материалом поверхности, профилем штрихов и их частотой (от 6000 до 0,25 штрих/мм, что позволяет перекрывать область спектра от ультрафиолетовой его части до инфракрасной). Например, ступенчатый профиль решетки позволяет концентрировать основную часть падающей энергии в направлении одного определенного ненулевого порядка.

§ 181. Пространственная решетка. Рассеяние света

Дифракция света наблюдается не только на плоской ***одномерной решетке*** (штрихи нанесены перпендикулярно некоторой прямой линии), но и на ***двумерной решетке*** (штрихи нанесены во взаимно перпендикулярных направлениях в одной и той же плоскости).

Большой интерес представляет также дифракция на ***пространственных (трехмерных) решетках*** — пространственных образованиях, в которых элементы структуры подобны по форме, имеют геометрически правильное и периодически повторяющееся расположение, а также постоянные (периоды) решеток, соизмеримые с длиной волны электромагнитного излучения. Иными словами, подобные пространственные образования должны иметь периодичность по трем, не лежащим в одной плоскости, направлениям.

В качестве пространственных дифракционных решеток могут быть использованы кристаллические тела, так как в них неоднородности (атомы, молекулы, ионы) регулярно повторяются в трех направлениях.

Дифракция света может происходить также в так называемых ***мутных средах*** — средах с явно выраженными оптическими неоднородностями. К мутным средам относятся аэрозоли (облака, дым, туман), эмульсия, коллоидные растворы и т. д., т. е. такие среды, в которых взвешено множество очень мелких частиц инородных веществ.

Свет, проходя через мутную среду, дифрагирует от беспорядочно расположенных микронеоднородностей, давая равномерное распределение интенсивностей по всем направлениям, не создавая какой-либо определенной дифракционной картины. Происходит так называемое ***рассеяние света*** *в мутной среде*. Это явление можно наблюдать, например, когда узкий пучок солнечных лучей, проходя через запыленный воздух, рассеивается на пылинках и тем самым становится видимым.

Рассеяние света (как правило, слабое) наблюдается также и *в чистых средах*, не содержащих посторонних частиц. Л. И. Мандельштам объяснил рассеяние света в средах нарушением их оптической однородности, при котором показатель преломления среды не постоянен, а меняется от точки к точке.

В дальнейшем польский физик М. Смолуховский (1872 — 1917) пока-

зал, что причиной рассеяния света могут быть также флуктуации плотности, возникающие в процессе хаотического (теплового) движения молекул среды. Рассеяние света в чистых средах, обусловленное флуктуациями плотности, анизотропии или концентрации, называется ***молекулярным рассеянием***.

Молекулярным рассеянием объясняется, например, голубой цвет неба. Согласно закону Д. Рэлея, интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны ($I \sim \lambda^{-4}$), поэтому голубые и синие лучи рассеиваются сильнее, чем желтые и красные, обусловливая тем самым голубой цвет неба. По этой же причине свет, прошедший через значительную толщу атмосферы, оказывается обогащенным более длинноволновой частью спектра (сине-фиолетовая часть спектра полностью рассеивается) и поэтому при закате и восходе Солнце кажется красным. Флуктуации плотности и интенсивность рассеяния света возрастают с увеличением температуры. Поэтому в ясный летний день цвет неба является более насыщенным по сравнению с таким же зимним днем.

§ 182. Дифракция на пространственной решетке. Формула Вульфа—Брэггов

Для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы постоянная решетки была того же порядка, что и длина волны падающего излучения [см. (180.3)]. Кристаллы, являясь трехмерными решетками (см. § 181), имеют постоянную порядка 10^{-10} м и, следовательно, непригодны для наблюдения дифракции в видимом свете ($\lambda \approx \approx 5 \cdot 10^{-7}$ м). М. Лауэ [немецкий физик (1879 — 1960)] обратил внимание на то, что кристаллы можно использовать в качестве пространственных решеток для наблюдения дифракции рентгеновского излучения, поскольку расстояние между атомами в кристаллах одного порядка с длиной волны рентгеновского излучения ($\approx 10^{-12} - 10^{-8}$ м).

Метод расчета дифракции рентгеновского излучения от кристаллической решетки предложен независимо друг от друга русским ученым Г. В. Вульфом (1863 — 1925) и английскими физиками Г. и Л. Брэггами [отец (1862 — 1942) и сын (1890 — 1971)]. Они предположили, что дифракция рентгеновского излучения является результатом его отражения от системы параллельных ***кристаллографических плоскостей*** (плоскостей, в которых лежат узлы (атомы) кристаллической решетки).

Представим кристалл в виде совокупности параллельных кристаллографических плоскостей (рис. 267), отстоящих друг от друга на расстоянии d. Пучок параллельных монохроматических рентгеновских лучей (*1*, *2*) падает под ***углом скольжения*** θ (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки, которые становятся источниками когерентных вторичных волн *1′* и *2′*, интерферирующих между собой, подобно вторичным волнам, от щелей дифракционной решетки. Максимумы ин-

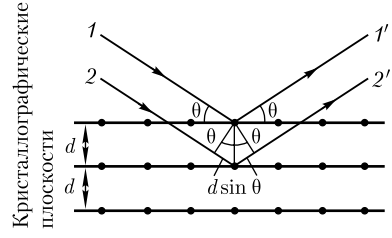


Рис. 267

тенсивности (дифракционные максимумы) наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления удовлетворяют ***формуле Вульфа — Брэггов***

$$2d\sin\theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \ldots), \quad (182.1)$$

т. е. при разности хода между двумя лучами, отраженными от соседних кристаллографических плоскостей, кратной целому числу длин волн λ, наблюдается дифракционный максимум.

При произвольном направлении падения монохроматического рентгеновского излучения на кристалл дифракция не возникает. Чтобы ее наблюдать, надо, поворачивая кристалл, найти угол скольжения. Дифракционная картина может быть получена и при произвольном положении кристалла, для чего нужно пользоваться непрерывным рентгеновским спектром, испускаемым рентгеновской трубкой. Тогда для таких условий опыта всегда найдутся длины волн λ, удовлетворяющие условию (182.1).

Формула Вульфа — Брэггов используется при решении двух важных задач:

1. Наблюдая дифракцию рентгеновского излучения известной длины волны на кристаллической структуре неизвестного строения и измеряя θ и m, можно найти межплоскостное расстояние (d), т. е. определить структуру вещества. Этот метод лежит в основе ***рентгеноструктурного анализа***.

Формула Вульфа — Брэггов остается справедливой и при дифракции электронов и нейтронов. Методы исследования структуры вещества, основанные на дифракции электронов и нейтронов, называются соответственно ***электронографией*** и ***нейтронографией***.

2. Наблюдая дифракцию рентгеновского излучения неизвестной длины волны на кристаллической структуре при известном d и измеряя θ и m, можно найти длину волны падающего рентгеновского излучения. Этот метод лежит в основе ***рентгеновской спектроскопии***.

§ 183. Разрешающая способность оптических приборов

Используя даже *идеальную* оптическую систему (такую, для которой отсутствуют дефекты и аберрации), невозможно получить стигматическое изображение точечного источника, что объясняется волновой природой света. Изображение любой светящейся точки в монохроматическом свете представляет собой дифракционную картину, т. е. точечный источник отображается в виде центрального светлого пятна, окруженного чередующимися темными и светлыми кольцами.

Согласно ***критерию Рэлея***, изображения двух близлежащих одинаковых точечных источников или двух близлежащих спектральных линий с равными интенсивностями и одинаковыми симметричными контурами разрешимы (разделены для восприятия), если центральный максимум дифракционной картины от одного источника (линии)

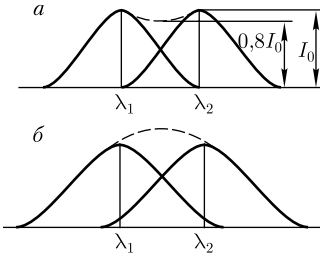


Рис. 268

совпадает с первым минимумом дифракционной картины от другого (рис. 268, *а*).

При выполнении критерия Рэлея интенсивность «провала» между максимумами составляет 80 % интенсивности в максимуме, что является достаточным для разрешения линий λ_1 и λ_2. Если критерий Рэлея нарушен, то наблюдается одна линия (рис. 268, *б*).

1. Разрешающая способность объектива. Если на объектив падает свет от двух удаленных точечных источников S_1 и S_2 (например, звезд) с некоторым угловым расстоянием $\delta\psi$, то вследствие дифракции световых волн на краях диафрагмы, ограничивающей объектив, в его фокальной плоскости вместо двух точек наблюдаются максимумы, окруженные чередующимися темными и светлыми кольцами (рис. 269).

Можно доказать, что две близлежащие звезды, наблюдаемые в объективе в монохроматическом свете, разрешимы, если угловое расстояние между ними

$$\varphi \geqslant \frac{1,22\lambda}{D}, \qquad (183.1)$$

где λ — длина волны света, D — диаметр объектива.

Разрешающей способностью (разрешающей силой) объектива называют величину

$$R = \frac{1}{\delta\psi},$$

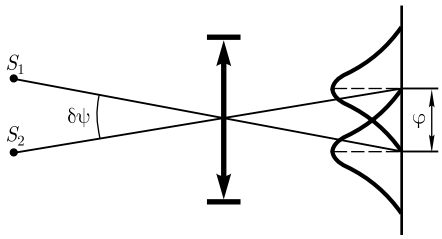


Рис. 269

где $\delta\psi$ — наименьшее угловое расстояние между двумя точками, при котором они еще оптическим прибором разрешаются.

Согласно критерию Рэлея, изображения двух одинаковых точек разрешимы, когда центральный максимум дифракционной картины для одной точки совпадает с первым минимумом дифракционной картины для другой (рис. 269).

Из рисунка следует, что при выполнении критерия Рэлея угловое расстояние $\delta\psi$ между точками должно быть равно φ, т. е. с учетом (183.1)

$$\delta\psi = \varphi = \frac{1,22\lambda}{D}.$$

Следовательно, разрешающая способность объектива

$$R = \frac{1}{\delta\psi} = \frac{D}{1,22\lambda} \qquad (183.2)$$

зависит от его диаметра и длины волны света.

Из формулы (183.2) видно, что для повышения разрешающей способности оптических приборов нужно либо увеличить диаметр объектива, либо уменьшить длину волны. Поэтому для наблюдения более мелких деталей предмета используют ультрафиолетовое излучение, а полученное изображение в данном случае наблюдается с помощью флуоресцирующего экрана, либо фиксируется на фотопластинке.

Еще бóльшую разрешающую способность можно было бы получить с помощью рентгеновского излучения, но оно обладает большой проникающей способностью и проходит через вещество не преломляясь; следовательно, в данном случае невозможно создать преломляющие линзы.

Потоки электронов (при определенных энергиях) обладают примерно такой же длиной волны, как и рентгеновское излучение. Поэтому электронный микроскоп имеет очень высокую разрешающую способность (см. § 169).

Разрешающей способностью спектрального прибора называют безразмерную величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \qquad (183.3)$$

где $\delta\lambda$ — абсолютное значение минимальной разности длин волн двух соседних спектральных линий, при которой эти линии регистрируются раздельно.

2. Разрешающая способность дифракционной решетки. Пусть максимум m-го порядка для длины волны λ_2 наблюдается под углом φ, т.е., согласно (180.3), $d\sin\varphi = m\lambda_2$. При переходе от максимума к соседнему минимуму разность хода меняется на $\frac{\lambda}{N}$ [см. (180.4)], где N — число щелей решетки. Следовательно, минимум λ_1, наблюдаемый под углом $\varphi_{\min}$, удовлетворяет условию $d\sin\varphi_{\min} = m\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{N}$. По критерию Рэлея, $\varphi = \varphi_{\min}$, т.е. $m\lambda_2 = m\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{N}$ или $\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = mN$. Так как λ_1 и λ_2 близки между собой, т.е. $\lambda_2 - \lambda_1 = \delta\lambda$, то, согласно (183.3),

$$R_{\text{диф.реш}} = mN.$$

Таким образом, разрешающая способность дифракционной решетки пропорциональна порядку m спектра и числу N щелей, т.е. при заданном числе щелей увеличивается разрешающая способность при переходе к бóльшим значениям порядка m спектра. Современные дифракционные решетки обладают довольно высокой разрешающей способностью (до $2 \cdot 10^5$).

§ 184. Понятие о голографии

Голография (от греч. «полная запись») — особый способ записи и последующего восстановления волнового поля, основанный на регистрации интерференционной картины. Она обязана своим возникновением законам волновой оптики — законам интерференции и дифракции.

Этот принципиально новый способ фиксирования и воспроизведения пространственного изображения предметов изобретен английским физиком Д. Габором (1900 — 1979) в 1947 г. (Нобелевская премия 1971 г.). Экспериментальное воплощение и дальнейшая разработка этого способа (Ю. Н. Денисюком в 1962 г. и американскими физиками Э. Лейтом и Ю. Упатниексом в 1963 г.) стали возможными после появления в 1960 г. источников света высокой степени когерентности — *лазеров* (см. § 233).

Рассмотрим элементарные основы принципа голографии, т.е. регистрации и восстановления информации о предмете. Для регистрации и восстановления волны необходимо уметь регистрировать и восстанавливать амплитуду и фазу идущей от предмета волны. В самом деле, согласно формуле (144.2), учитывая, что $I \sim A^2$, распределение интенсивности в интерференционной картине определяется как амплитудой интерферирующих волн, так и разностью их фаз. Поэтому для регистрации как фазовой, так и амплитудной информации кроме *волны, идущей от предмета* (так называемой ***предметной волны***), используют еще когерентную с ней *волну*, идущую *от источника* света (так называемую ***опорную волну***). Идея голографирования состоит в том, что фотографируется распределение интенсивности в интерференционной карти-

не, возникающей при суперпозиции волнового поля объекта и когерентной ему опорной волны известной фазы. Последующая дифракция света на зарегистрированном распределении почернений в фотослое восстанавливает волновое поле объекта и допускает изучение этого поля при отсутствии объекта.

Практически эта идея может быть осуществлена с помощью принципиальной схемы, показанной на рис. 270, *а*. Лазерный пучок делится на две части, причем одна часть отражается зеркалом на фотопластинку (опорная волна), а другая попадает на фотопластинку, отразившись от предмета (предметная волна). Опорная и предметная волны, являясь когерентными и накладываясь друг на друга, образуют на фотопластинке интерференционную картину. После проявления фотопластинки и получается ***голограмма*** — зарегистрированная на фотопластинке интерференционная картина, образованная при сложении опорной и предметной волн.

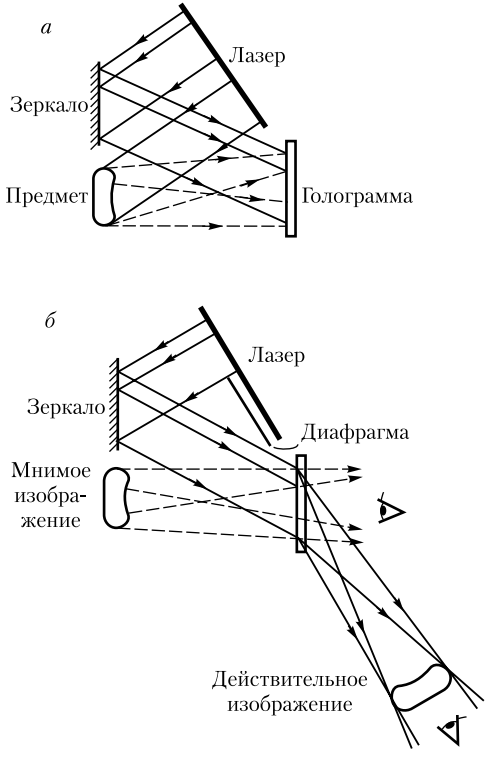


Рис. 270

Для восстановления изображения (рис. 270, *б*) голограмма помещается в то же самое место, где она находилась до регистрации. Ее освещают опорным пучком того же лазера (вторая часть лазерного пучка перекрывается диафрагмой). В результате дифракции света на интерференционной структуре голограммы восстанавливается копия предметной волны, образующая объемное (со всеми присущими предмету свойствами) мнимое изображение предмета, расположенное в том месте, где предмет находился при голографировании. Оно кажется настолько реальным, что его хочется потрогать. Кроме того, восстанавливается еще действительное изображение предмета, имеющее рельеф, обратный рельефу предмета, т. е. выпуклые места заменены вогнутыми, и наоборот (если наблюдение ведется справа от голограммы).

Обычно пользуются мнимым голографическим изображением, которое по зрительному восприятию создает полную иллюзию существования реального предмета. Рассматривая из разных положений объемное изображение предмета, даваемое голограммой, можно увидеть более удаленные предметы, закрытые более близкими из них (заглянуть за ближние предметы). Это объясняется тем, что, поворачивая голову в сторону, мы воспринимаем изображение, восстановленное от периферической части голограммы, на которую при экспонировании падали также и лучи, отраженные от скрытых предметов.

Голограмму можно расколоть на несколько кусков. Но даже малая часть голограммы восстанавливает полное изображение. Однако уменьшение размеров голограммы приводит к ухудшению четкости получаемого изображения. Это объясняется тем, что голограмма для опорного пучка служит дифракционной решеткой, а при уменьшении числа штрихов дифракционной решетки (при уменьшении размеров голограммы) ее разрешающая способность уменьшается.

Методы голографии (запись голограммы в трехмерных средах, цветное и панорамное голографирование и т. д.) находят все бóльшее развитие. Применение голографии разнообразно, но наиболее важными, приобретающими все большее значение, являются запись и хранение информации. Методы голографии позволяют записывать в сотни раз больше страниц печатного текста, чем методы обычной микрофотографии. По подсчетам, на фотопластинку размером 32×32 мм можно записать 1024 голограммы (площадь каждой из них 1 мм^2), т. е. на одной фотопластинке можно «разместить» книгу объемом свыше тысячи страниц. В качестве будущих разработок могут служить ЭВМ с голографической памятью, голографический электронный микроскоп, голографические кино и телевидение, голографическая интерферометрия и т. д.

Контрольные вопросы

- Почему дифракция звука повседневно более очевидна, чем дифракция света?
- Каковы дополнения Френеля к принципу Гюйгенса?
- Что позволил объяснить принцип Гюйгенса — Френеля?
- В чем заключается принцип построения зон Френеля?
- В чем заключается принцип действия зонных пластинок?
- В чем отличие дифракции Френеля на круглом отверстии при освещении его монохроматическим и белым светом?
- Когда наблюдается дифракция Френеля? дифракция Фраунгофера?
- Почему дифракция не наблюдается на больших отверстиях и больших дисках?
- Чем определяется, будет ли число зон Френеля, открываемых отверстием, четным или нечетным? Ответ обосновать.
- Каковы характерные особенности дифракционной картины, получающиеся при дифракции на малом непрозрачном диске?
- Найдите направления на точки экрана в случае дифракции на щели, в которых интенсивность равна нулю; интенсивность максимальна.
- Отличается ли дифракция на щели при освещении ее монохроматическим и белым светом?
- Какова предельная ширина щели, при которой еще будут наблюдаться минимумы интенсивности?
- Как влияет на дифракцию Фраунгофера от одной щели увеличение длины волны и ширины щели?
- Как изменится дифракционная картина, если увеличить общее число штрихов решетки, не меняя постоянную решетки?
- Сколько дополнительных минимумов и максимумов возникнет при дифракции на шести щелях?
- Почему дифракционная решетка разлагает белый свет в спектр?
- Как определить наибольший порядок спектра дифракционной решетки?

- Как изменится дифракционная картина при удалении экрана от решетки?
- Почему при использовании белого света только центральный максимум белый, а боковые максимумы радужно окрашены?
- Почему штрихи на дифракционной решетке должны быть тесно расположены друг к другу? Почему их должно быть большое число?
- Запишите условия дифракционных минимумов для одной щели и главных максимумов для решетки. Каков характер этих дифракционных картин?
- Каков механизм рассеяния света в мутной среде? в чистой среде?
- Как объяснить голубой цвет неба? Почему при восходе и закате Солнце кажется красным?
- Почему на кристаллах не наблюдается дифракция видимого света и наблюдается дифракция рентгеновского излучения?
- Какое практическое применение имеет формула Вульфа — Брэггов?
- Каковы принципиальные пути повышения разрешающей способности оптических приборов?
- От чего зависит разрешающая способность объектива?
- Каково возможное применение голографии?
- Когда два одинаковых точечных источника разрешимы по Рэлею?
- От чего зависит разрешающая способность дифракционной решетки и как вывести формулу для ее определения?
- Почему для получения голограммы кроме предметной волны необходима еще и опорная волна?
- В чем заключается идея голографирования?

ЗАДАЧИ

23.1. Плоская световая волна с $\lambda = 0{,}6$ мкм падает нормально на диафрагму с круглым отверстием диаметром 1 см. Определите расстояние от точки наблюдения до отверстия, если отверстие открывает: 1) две зоны Френеля; 2) три зоны Френеля. [1) 20,8 м; 2) 13,9 м]

23.2. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии 1 м от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 0{,}5$ мкм). Посередине между источником света и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Определите радиус отверстия, при котором центр дифракционной картины на экране будет наиболее темным. [0,5 мм]

23.3. На щель шириной 0,2 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 0,5 мкм. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен параллельно щели на расстоянии 1 м. Определите расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны центрального фраунгоферова максимума. [5 мм]

23.4. Определите число штрихов на 1 мм дифракционной решетки, если углу $\frac{\pi}{2}$ соответствует максимум пятого порядка для монохроматического света с длиной волны 0,5 мкм. [400 мм$^{-1}$]

23.5. Узкий параллельный пучок монохроматического рентгеновского излучения падает на грань кристалла с расстоянием 0,28 нм между его атомными плоскостями. Определите длину волны рентгеновского излучения, если под углом 30° к плоскости грани наблюдается дифракционный максимум второго порядка. [140 пм]

23.6. Определите постоянную дифракционной решетки, если она в первом порядке разрешает две спектральные линии калия ($\lambda_1 = 578$ нм и $\lambda_2 = 580$ нм). Длина решетки 1 см. [34,6 мкм]

Глава 24

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ВЕЩЕСТВОМ

§ 185. Дисперсия света

Дисперсия света — зависимость фазовой скорости v света в среде от его частоты. Так как $v = \frac{c}{n}$ (c — скорость света в вакууме, n — показатель преломления), то показатель преломления среды оказывается зависящим от частоты (длины волны):

$$n = f(\lambda). \qquad (185.1)$$

Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму. Первые экспериментальные наблюдения дисперсии света принадлежат И. Ньютону (1672 г.).

Рассмотрим дисперсию света в призме. Пусть монохроматический пучок света падает на призму с преломляющим углом A и показателем преломления n (рис. 271) под углом α_1. После двукратного преломления (на левой и правой гранях призмы) луч оказывается отклоненным от первоначального направления на угол φ. Из рисунка следует, что

$$\varphi = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = \\ = \alpha_1 + \alpha_2 - A. \qquad (185.2)$$

Предположим, что углы A и α_1 малы, тогда углы α_2, β_1 и β_2 будут также малы и вместо синусов этих углов можно воспользоваться их значениями. Поэтому $\frac{\alpha_1}{\beta_1} = n$, $\frac{\beta_2}{\alpha_2} = \frac{1}{n}$, а так как $\beta_1 + \beta_2 = A$, то $\alpha_2 = \beta_2 n = n(A - \beta_1) = n\left(A - \frac{\alpha_1}{n}\right) = \\ = nA - \alpha_1$, откуда

$$\alpha_1 + \alpha_2 = nA. \qquad (185.3)$$

Из выражений (185.2) и (185.3) следует, что

$$\varphi = A(n - 1), \qquad (185.4)$$

т. е. угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше преломляющий угол призмы.

Из выражения (185.4) вытекает, что угол отклонения лучей призмой зависит от величины $(n - 1)$, а n — функция длины волны, поэтому лучи разных длин волн после прохождения призмы окажутся отклоненными на разные углы, т. е. пучок белого света за призмой разлагается в спектр, что и наблюдалось И. Ньютоном. Таким образом, с помощью призмы, так же как и с помощью дифракционной решетки, разлагая свет в спектр, можно определить его спектральный состав.

Рассмотрим *различия в дифракционном и призматическом спектрах.*

1. Дифракционная решетка разлагает падающий свет непосредственно по длинам волн [см. (180.3)], поэтому по измеренным углам (по направлениям соответствующих максимумов) можно вычислить длину волны. Разложение света в спектр в призме происходит по значениям показателя преломления, поэтому для определения длины волны

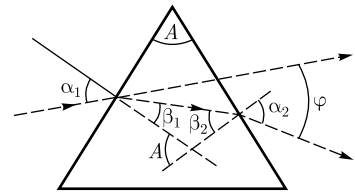


Рис. 271

света надо знать зависимость $n = f(\lambda)$ (185.1).

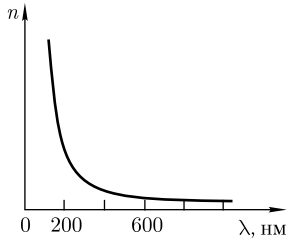
2. Составные цвета в дифракционном и призматическом спектрах располагаются различно. Из (180.3) следует, что в дифракционной решетке синус угла отклонения пропорционален длине волны. Следовательно, красные лучи, имеющие бóльшую длину волны, чем фиолетовые, отклоняются дифракционной решеткой сильнее. Призма же разлагает лучи в спектр по значениям показателя преломления, который для всех прозрачных веществ с увеличением длины волны уменьшается (рис. 272). Поэтому красные лучи отклоняются призмой слабее, чем фиолетовые.

Величина

$$D = \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda},$$

называемая ***дисперсией вещества***, показывает, как быстро изменяется показатель преломления с длиной волны. Из рис. 272 следует, что показатель преломления для прозрачных веществ с уменьшением длины волны увеличивается; следовательно, величина $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}$ по модулю также увеличивается с уменьшением λ. Такая ***дисперсия*** называется ***нормальной***. Как будет показано ниже, ход кривой $n(\lambda)$ — ***кривой дисперсии*** — вблизи линий и полос поглощения будет иным: n убывает с уменьшением λ. Такой ход зависимости n от λ называется ***аномальной дисперсией***.

Рис. 272



На явлении нормальной дисперсии основано действие ***призменных спектрографов***. Несмотря на их некоторые недостатки (например, необходимость градуировки, различная дисперсия в разных участках спектра) при определении спектрального состава света, призменные спектрографы находят широкое применение в спектральном анализе. Это объясняется тем, что изготовление призм значительно проще, чем дифракционных решеток. В призменных спектрографах также легче получить бóльшую светосилу.

§ 186. Электронная теория дисперсии света

Из макроскопической электромагнитной теории Максвелла следует, что абсолютный показатель преломления среды

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu},$$

где ε — диэлектрическая проницаемость среды; μ — магнитная проницаемость. В оптической области спектра для всех веществ $\mu \approx 1$, поэтому

$$n = \sqrt{\varepsilon}. \qquad (186.1)$$

Из формулы (186.1) выявляются некоторые противоречия с опытом: величина n, являясь переменной (см. § 185), остается в то же время равной определенной постоянной $\sqrt{\varepsilon}$. Кроме того, значения n, получаемые из этого выражения, не согласуются с опытными значениями. Трудности объяснения дисперсии света с точки зрения электромагнитной теории Максвелла устраняются электронной теорией Лоренца. В теории Лоренца дисперсия света рассматривается как результат взаимодействия электромагнитных волн с заря-

женными частицами, входящими в состав вещества и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны.

Применим электронную теорию дисперсии света для однородного диэлектрика, предположив формально, что дисперсия света является следствием зависимости ε от частоты ω световых волн. Диэлектрическая проницаемость вещества, по определению [см. (88.6) и (88.2)], равна

$$\varepsilon = 1 + æ = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E},$$

где $æ$ — диэлектрическая восприимчивость среды; ε_0 — электрическая постоянная; P — мгновенное значение поляризованности.

Следовательно,

$$n^2 = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}, \qquad (186.2)$$

т.е. зависит от P. В данном случае основное значение имеет электронная поляризация, т.е. вынужденные колебания электронов под действием электрической составляющей поля волны, так как для ориентационной поляризации молекул частота колебаний в световой волне очень высока ($\nu \approx 10^{15}$ Гц).

В первом приближении можно считать, что вынужденные колебания совершают только внешние, наиболее слабо связанные с ядром электроны — ***оптические электроны***. Для простоты рассмотрим колебания только одного оптического электрона. Наведенный дипольный момент электрона, совершающего вынужденные колебания, равен $p = ex$, где e — заряд электрона, x — смещение электрона под действием электрического поля световой волны. Если концентрация атомов в диэлектрике равна n_0, то мгновенное значение поляризованности

$$P = n_0 p = n_0 ex. \qquad (186.3)$$

Из (186.2) и (186.3) получим

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 ex}{\varepsilon_0 E}. \qquad (186.4)$$

Следовательно, задача сводится к определению смещения x электрона под действием внешнего поля E. Поле световой волны будем считать функцией частоты ω, т.е. изменяющимся по гармоническому закону: $E = E_0 \cos \omega t$.

Уравнение вынужденных колебаний электрона (см. § 147) для простейшего случая (без учета силы сопротивления, обусловливающей поглощение энергии падающей волны) запишется в виде

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t, \qquad (186.5)$$

где $F_0 = eE_0$ — амплитудное значение силы, действующей на электрон со стороны поля волны; $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ — собственная частота колебаний электрона; m — масса электрона.

Решив уравнение (186.5), найдем $\varepsilon = n^2$ в зависимости от констант атома (e, m, ω_0) и частоты ω внешнего поля, т.е. решим задачу дисперсии.

Решение уравнения (186.5) можно записать в виде

$$x = A \cos \omega t, \qquad (186.6)$$

где

$$A = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}, \qquad (186.7)$$

в чем легко убедиться подстановкой [см. (147.8)]. Подставляя (186.6) и (186.7) в (186.4), получим

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (186.8)$$

Если в веществе имеются различные заряды e_i, совершающие вынужденные

колебания с различными собственными частотами ω_{0i}, то

$$n^2 = 1 + \frac{n_0}{\varepsilon_0} \sum_i \frac{e_i^2/m_i}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}, \quad (186.9)$$

где m_i — масса i-го заряда.

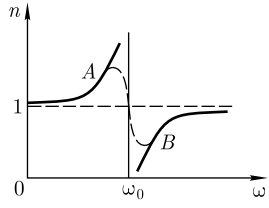
Из выражений (186.8) и (186.9) следует, что показатель преломления n зависит от частоты ω внешнего поля, т. е. полученные зависимости действительно подтверждают наличие дисперсии света (правда, при несколько упрощенных допущениях).

Из выражений (186.8) и (186.9) следует также, что в области от $\omega = 0$ до $\omega = \omega_0$ $n^2 > 1$ и возрастает с увеличением ω (нормальная дисперсия); при $\omega = \omega_0$ $n^2 = \pm\infty$; в области от $\omega = \omega_0$ до $\omega = \infty$ $n^2 < 1$ и возрастает от $-\infty$ до 1 (нормальная дисперсия).

Перейдя от n^2 к n, получим, что график зависимости n от ω имеет вид, изображенный на рис. 273. Такое поведение n вблизи ω_0 — результат допущения об отсутствии сил сопротивления при колебаниях электронов. Если принять в расчет и это обстоятельство, то график функции $n(\omega)$ вблизи ω_0 задается штриховой линией AB. Область AB — область аномальной дисперсии (n убывает при возрастании ω), остальные участки зависимости n от ω описывают нормальную дисперсию (n возрастает с увеличением ω).

Российскому физику Д. С. Рождественскому (1876 — 1940) принадлежит классическая работа по изучению аномальной дисперсии в парах натрия. Он разработал интерференционный метод для очень точного измерения показателя преломления паров и экспериментально показал, что формула (186.9) правильно характеризует зависимость n от ω, а также ввел в нее поправку, учитывающую квантовые представления о природе света.

Рис. 273



§ 187. Поглощение (абсорбция) света

Поглощением (***абсорбцией***) ***света*** называется явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны в другие виды энергии. В результате поглощения интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается.

Поглощение света в веществе описывается ***законом Бугера***[1]:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (187.1)$$

где I_0 и I — интенсивности плоской монохроматической световой волны соответственно на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной x; α — ***коэффициент поглощения***, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества и не зависящий от интенсивности света. При $x = \frac{1}{\alpha}$ интенсивность света I по сравнению с I_0 уменьшается в e раз.

Коэффициент поглощения зависит от длины волны λ (или частоты ω) и для разных веществ различен. Например, одноатомные газы и пары металлов (т. е. вещества, в которых атомы расположены на значительных расстояниях друг от друга и их можно считать изо-

[1] П. Бугер (1698 — 1758) — французский ученый.

лированными) имеют близкий к нулю коэффициент поглощения и лишь для очень узких спектральных областей (примерно $10^{-12}-10^{-11}$ м) наблюдаются резкие максимумы (так называемый ***линейчатый спектр поглощения***). Эти линии соответствуют частотам собственных колебаний электронов в атомах. Спектр поглощения молекул, определяемый колебаниями атомов в молекулах, характеризуется ***полосами поглощения*** (примерно $10^{-10}-10^{-7}$ м).

Коэффициент поглощения для диэлектриков невелик (примерно $10^{-3}-10^{-5}$ см$^{-1}$), однако у них наблюдается селективное поглощение света в определенных интервалах длин волн, когда α резко возрастает, и наблюдаются сравнительно широкие полосы поглощения, т. е. диэлектрики имеют ***сплошной спектр поглощения***. Это связано с тем, что в диэлектриках нет свободных электронов и поглощение света обусловлено явлением резонанса при вынужденных колебаниях электронов в атомах и атомов в молекулах диэлектрика.

Коэффициент поглощения для металлов имеет большие значения (примерно 10^3-10^5 см$^{-1}$), поэтому металлы являются непрозрачными для света. В металлах из-за наличия свободных электронов, движущихся под действием электрического поля световой волны, возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевой теплоты. Поэтому энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла. Чем выше проводимость металла, тем сильнее в нем поглощение света.

На рис. 274 представлены типичная зависимость коэффициента поглощения α от длины волны света λ и зависимость показателя преломления n от λ в

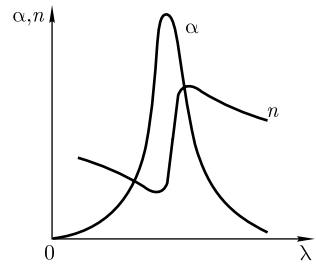


Рис. 274

области полосы поглощения. Из рисунка следует, что внутри полосы поглощения наблюдается аномальная дисперсия (n убывает с уменьшением λ). Однако поглощение вещества должно быть значительным, чтобы повлиять на ход показателя преломления.

Зависимостью коэффициента поглощения от длины волны объясняется окрашенность поглощающих тел. Например, стекло, слабо поглощающее красные и оранжевые лучи и сильно поглощающее зеленые и синие, при освещении белым светом будет казаться красным. Если на такое стекло направить зеленый и синий свет, то из-за сильного поглощения света этих длин волн стекло будет казаться черным. Это явление используется для изготовления ***светофильтров***, которые в зависимости от химического состава (стекла с присадками различных солей, пленки из пластмасс, содержащие красители, растворы красителей и т. д.) пропускают свет только определенных длин волн, поглощая остальные. Разнообразие пределов селективного (избирательного) поглощения у различных веществ объясняет разнообразие и богатство цветов и красок, наблюдаемое в окружающем мире.

Явление поглощения широко используется в ***абсорбционном спектральном анализе*** смеси газов, основанном на измерениях спектров частот и интенсивностей линий (полос) поглощения. Структура спектров поглоще-

ния определяется составом и строением молекул, поэтому изучение спектров поглощения является одним из основных методов количественного и качественного исследования веществ.

§ 188. Эффект Доплера

Эффект Доплера в акустике (см. § 159) объясняется тем, что частота колебаний, воспринимаемых приемником, определяется скоростями движения источника колебаний и приемника относительно среды, в которой происходит распространение звуковых волн. Эффект Доплера наблюдается также и при движении относительно друг друга источника и приемника электромагнитных волн. Так как особой среды, служащей носителем электромагнитных волн, не существует, то частота световых волн, воспринимаемых приемником (наблюдателем), определяется только относительной скоростью источника и приемника (наблюдателя). Закономерности эффекта Доплера для электромагнитных волн устанавливаются на основе специальной теории относительности.

Согласно принципу относительности Эйнштейна (см. § 35), уравнение световой волны во всех инерциальных системах отсчета одинаково по форме. Используя преобразования Лоренца (см. § 36), можно получить уравнение волны, посылаемой источником, в направлении приемника в другой инерциальной системе отсчета, а следовательно, и связать частоты световых волн, излучаемых источником (ν_0) и воспринимаемых приемником (ν). Теория относительности приводит к следующей формуле, описывающей ***эффект Доплера для электромагнитных волн в вакууме***:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1+\frac{v}{c}\cos\theta} = \nu_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta\cos\theta}, \quad (188.1)$$

где v — скорость источника света относительно приемника; c — скорость света в вакууме; $\beta = \frac{v}{c}$; θ — угол между вектором скорости $\vec{v}$ и направлением наблюдения, измеряемый в системе отсчета, связанной с наблюдателем.

Из выражения (188.1) следует, что при $\theta = 0$

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}} = \nu_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}. \quad (188.2)$$

Формула (188.2) определяет так называемый ***продольный эффект Доплера***, наблюдаемый при движении приемника вдоль линии, соединяющей его с источником. При малых относительных скоростях v ($v \ll c$), разлагая (188.2) в ряд по степеням β и пренебрегая членом порядка β^2, получим

$$\nu = \nu_0(1-\beta) = \nu_0\left(1-\frac{v}{c}\right). \quad (188.3)$$

Следовательно, при удалении источника и приемника друг от друга (при их положительной относительной скорости) наблюдается сдвиг в более длинноволновую область ($\nu < \nu_0$, $\lambda > \lambda_0$) — так называемое ***красное смещение***. При сближении же источника и приемника (при их отрицательной относительной скорости) наблюдается сдвиг в более коротковолновую область ($\nu > \nu_0$, $\lambda < \lambda_0$) — так называемое ***фиолетовое смещение***.

Если $\theta = \frac{\pi}{2}$, то выражение (188.1) примет вид

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \nu_0 \sqrt{1-\beta^2}. \quad (188.4)$$

Формула (188.4) определяет так называемый ***поперечный эффект Доплера***, наблюдаемый при движении приемника перпендикулярно линии, соединяющей его с источником.

Из выражения (188.4) следует, что поперечный эффект Доплера зависит от β^2, т. е. при малых β является эффектом второго порядка малости по сравнению с продольным эффектом (зависит от β [см. (188.3)]), поэтому обнаружение поперечного эффекта Доплера связано с большими трудностями. Поперечный эффект, хотя и много меньше продольного, имеет принципиальное значение, так как не наблюдается в акустике (при $v \ll c$ из (188.4) следует, что $\nu = \nu_0$!), и является, следовательно, *релятивистским эффектом*. Он связан с замедлением течения времени движущегося наблюдателя.

Экспериментальное обнаружение поперечного эффекта Доплера явилось еще одним подтверждением справедливости теории относительности; он был обнаружен в 1938 г. в опытах американского физика Г. Айвса.

Продольный эффект Доплера был впервые обнаружен в 1900 г. в лабораторных условиях русским астрофизиком А. А. Белопольским (1854 — 1934) и повторен в 1907 г. русским физиком Б. Б. Голицыным (1862 — 1919). Продольный эффект Доплера используется при исследовании атомов, молекул, а также космических тел, так как по смещению частоты световых колебаний, которое проявляется в виде смещения или уширения спектральных линий, определяется характер движения излучающих частиц или тел. Эффект Доплера получил широкое распространение в радиотехнике и радиолокации, например в радиолокационных измерениях расстояний до движущихся объектов.

§ 189. Излучение Черенкова — Вавилова

Российский физик П. А. Черенков (1904 — 1990), работавший под руководством С. И. Вавилова, показал, что при движении релятивистских заряженных частиц в среде *с постоянной скоростью v, превышающей фазовую скорость света в этой среде*, т. е. при условии $v > \frac{c}{n}$ (n — показатель преломления среды), возникает электромагнитное излучение, названное впоследствии ***излучением (эффектом) Черенкова — Вавилова***. Природа данного излучения, обнаруженного для разнообразных веществ, в том числе и для чистых жидкостей, подробно изучалась С. И. Вавиловым. Он показал, что данное свечение не является люминесценцией (см. § 245), как считалось ранее, и высказал предположение, что оно связано с движением свободных электронов сквозь вещество.

Излучение Черенкова — Вавилова в 1937 г. было теоретически объяснено российскими учеными И. Е. Таммом (1895 — 1971) и И. М. Франком (1908 — 1990) (П. А. Черенков, И. Е. Тамм и И. М. Франк в 1958 г. удостоены Нобелевской премии).

Согласно электромагнитной теории, заряженная частица (например, электрон) излучает электромагнитные волны лишь при движении с ускорением. И. Е. Тамм и И. М. Франк показали, что это утверждение справедливо только до тех пор, пока скорость заряженной частицы не превышает фазовой скорости $\frac{c}{n}$ электромагнитных волн в среде, в которой частица движется. Если частица имеет скорость $v > \frac{c}{n}$, то, даже двигаясь равномерно, она будет излучать электромагнитные волны. Таким образом,

согласно теории Тамма и Франка, электрон, движущийся в прозрачной среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде, должен сам излучать свет.

Отличительной особенностью излучения Черенкова — Вавилова является распространение излучения не по всем направлениям, а лишь по направлениям, составляющим острый угол θ с траекторией частицы, т. е. вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы. Угол θ определяется из условия:

$$\cos\theta = \frac{c}{nv}. \qquad (189.1)$$

Возникновение излучения Черенкова — Вавилова и его направленность объяснены Франком и Таммом на основе представлений об интерференции света с использованием принципа Гюйгенса.

На основе излучения Черенкова — Вавилова разработаны широко используемые экспериментальные методы для регистрации частиц высоких энергий и определения их свойств (направление движения, величина и знак заряда, энергия). Счетчики для регистрации заряженных частиц, в которых используется излучение Черенкова — Вавилова, получили название ***черенковских счетчиков*** (см. § 261). В этих счетчиках частица регистрируется практически мгновенно (при движении заряженной частицы в среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде, возникает световая вспышка, преобразуемая с помощью фотоэлектронного умножителя (см. § 105) в импульс тока). Это позволило в 1955 г. итальянскому физику Э. Сегре (р. 1905) открыть в черенковском счетчике короткоживущую античастицу — антипротон.

Контрольные вопросы

- Что такое дисперсия света?
- Как связаны между собой преломляющий угол призмы и угол отклонения лучей ею?
- Что показывает дисперсия вещества?
- Чем отличается нормальная дисперсия от аномальной?
- По каким признакам можно отличить спектры, полученные с помощью призмы и дифракционной решетки?
- Объясните дисперсионную кривую на рис. 273.
- В чем заключаются основные положения и выводы электронной теории дисперсии света?
- Почему металлы сильно поглощают свет?
- В чем основное отличие эффекта Доплера для световых волн от эффекта Доплера в акустике?
- Почему поперечный эффект Доплера является релятивистским эффектом? Чем он обусловлен?
- Когда возникает излучение Черенкова — Вавилова?

ЗАДАЧИ

24.1. На грань стеклянной призмы ($n = 1{,}5$) нормально падает луч света. Определите угол отклонения луча призмой, если ее преломляющий угол равен 25°. [14°21′]

24.2. При прохождении света в некотором веществе пути x его интенсивность уменьшилась в два раза. Определите, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении им пути $4x$. [В 16 раз]

24.3. Источник монохроматического света с длиной волны $\lambda_0 = 0{,}6$ мкм движется по направлению к наблюдателю со скоростью $v = 0{,}15c$ (c — скорость света в вакууме). Определите длину волны λ, которую зарегистрирует приемник. [516 нм]

24.4. Определите минимальную кинетическую энергию (в мегаэлектрон-вольтах), которой должен обладать электрон, чтобы в среде с показателем преломления $n = 1{,}5$ возникло излучение Черенкова — Вавилова. [0,17 МэВ]

Глава 25
ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

§ 190. Естественный и поляризованный свет

Следствием теории Максвелла (см. § 162) является поперечность световых волн: векторы напряженностей электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей волны взаимно перпендикулярны и колеблются перпендикулярно вектору скорости $\vec{v}$ распространения волны (перпендикулярно лучу). Поэтому для описания закономерностей поляризации света достаточно знать поведение лишь одного из этих векторов. Обычно все рассуждения ведутся относительно ***светового вектора*** — вектора напряженности $\vec{E}$ электрического поля (это название обусловлено тем, что при действии света на вещество основное значение имеет электрическая составляющая поля волны, действующая на электроны в атомах вещества).

Свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества атомов. Атомы же излучают световые волны независимо друг от друга, поэтому световая волна, излучаемая телом в целом, характеризуется всевозможными равновероятными колебаниями светового вектора (рис. 275, *а*; луч перпендикулярен плоскости рисунка). В данном случае равномерное распределение векторов $\vec{E}$ объясняется большим числом атомарных излучателей, а равенство амплитудных значений векторов $\vec{E}$ — одинаковой (в среднем) интенсивностью излучения каждого из атомов. ***Свет*** со всевозможными равновероятными ориентациями вектора $\vec{E}$ (и, следовательно, $\vec{H}$) называется ***естественным***.

Свет, в котором направления колебаний светового вектора каким-то образом упорядочены, называется ***поляризованным***. Так, если в результате каких-либо внешних воздействий появляется преимущественное (но не исключительное!) направление колебаний вектора $\vec{E}$ (рис. 275, *б*), то имеем дело с ***частично поляризованным светом***.

Свет, в котором вектор $\vec{E}$ (и, следовательно, $\vec{H}$) колеблется только в одном направлении, перпендикулярном лучу (рис. 275, *в*), называется ***плоскополяризованным*** (***линейно поляризованным***).

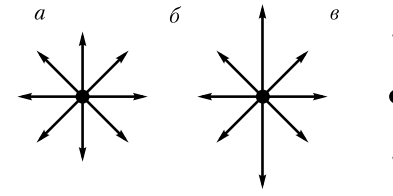


Рис. 275

Плоскость, проходящая через направление колебаний светового вектора плоскополяризованной волны и направление распространения этой волны, называется ***плоскостью поляризации***. Плоскополяризованный свет является предельным случаем ***эллиптически поляризованного света*** — света, для которого вектор $\vec{E}$ (вектор $\vec{H}$) изменяется со временем так, что его конец описывает эллипс, лежащий в плоскости, перпендикулярной лучу. Если эллипс поляризации вырождается (см. § 145) в прямую (при разности фаз φ, равной нулю или π), то имеем дело с рассмотренным выше плоскополяризованным светом, если в окружность (при $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ и равенстве амплитуд складываемых волн), то имеем дело с ***циркулярно поляризованным (поляризованным по кругу) светом***.

Степенью поляризации называется величина

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ — соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором. Для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$ и $P = 0$, для плоскополяризованного $I_{\min} = 0$ и $P = 1$.

Естественный свет можно преобразовать в плоскополяризованный, используя так называемые ***поляризаторы***, пропускающие колебания только определенного направления (например, пропускающие колебания, параллельные главной плоскости поляризатора, и полностью задерживающие колебания, перпендикулярные этой плоскости). В качестве поляризаторов могут быть использованы среды, анизотропные в отношении колебаний вектора $\vec{E}$, например кристаллы (их анизотропия известна, см. § 70). Из природных кристаллов, используемых в качестве поляризатора, следует отметить турмалин.

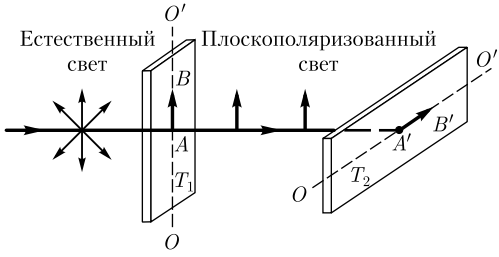


Рис. 276

Рассмотрим классические опыты с турмалином (рис. 276). Направим естественный свет перпендикулярно пластинке турмалина T_1, вырезанной параллельно так называемой ***оптической оси*** OO' (см. § 192). Вращая кристалл T_1 вокруг направления луча, никаких изменений интенсивности прошедшего через турмалин света не наблюдаем. Если на пути луча поставить вторую пластинку турмалина T_2 и вращать ее вокруг направления луча, то интенсивность света, прошедшего через пластинки, меняется в зависимости от угла α между оптическими осями кристаллов ***по закону Малюса***[1]:

$$I = I_0 \cos^2\alpha, \qquad (190.1)$$

где I_0 и I — соответственно интенсивности света, падающего на второй кристалл и вышедшего из него.

Следовательно, интенсивность прошедшего через пластинки света изменяется от минимума (полное гашение света) при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (оптические оси пластинок перпендикулярны) до максимума при $\alpha = 0$ (оптические оси пластинок параллельны). Однако, как это следует из рис. 277, амплитуда $\vec{E}$ световых ко-

[1] Э. Малюс (1775 – 1812) — французский физик.

лебаний, прошедших через пластинку T_2, будет меньше амплитуды световых колебаний $\vec{E}_0$, падающих на пластинку T_2:

$$E = E_0 \cos\alpha.$$

Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, то получается выражение (190.1).

Результаты опытов с кристаллами турмалина объясняются довольно просто, если исходить из изложенных выше условий пропускания света поляризатором. Первая пластинка турмалина пропускает колебания только определенного направления (на рис. 276 это направление показано стрелкой AB), т.е. преобразует естественный свет в плоскополяризованный. Вторая же пластинка турмалина в зависимости от ее ориентации из поляризованного света пропускает бóльшую или меньшую его часть, которая соответствует компоненту $\vec{E}$, параллельному оси второй пластинки турмалина. На рис. 276 обе пластинки расположены так, что направления пропускаемых ими колебаний AB и $A'B'$ перпендикулярны друг другу. В данном случае T_1 пропускает колебания, направленные по AB, а T_2 их полностью гасит, т.е. за вторую пластинку турмалина свет не проходит.

Пластинка T_1, преобразующая естественный свет в плоскополяризованный, является ***поляризатором***. Пластинка T_2, служащая для анализа степени поляризации света, называется ***анализатором***. Обе пластинки совершенно одинаковы (их можно поменять местами).

Если пропустить естественный свет через два поляризатора, главные плоскости которых образуют угол α, то из первого выйдет плоскополяризованный свет, интенсивность которого $I_0 = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}$,

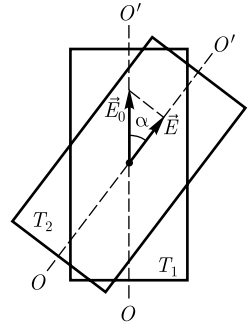


Рис. 277

из второго, согласно (190.1), выйдет свет интенсивностью $I = I_0 \cos^2\alpha$. Следовательно, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора,

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2\alpha,$$

откуда $I_{\max} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}$ (поляризаторы параллельны) и $I_{\min} = 0$ (поляризаторы скрещены).

§ 191. Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков

Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков (например, воздуха и стекла), то часть его отражается, а часть преломляется и распространяется во второй среде. Устанавливая на пути отраженного и преломленного лучей анализатор (например, турмалин), можно убедиться в том, что отраженный и преломленный лучи частично поляризованы: при вращении анализатора вокруг лучей интенсивность света периодически усиливается и ослабевает (полного гашения не наблюдается!).

Дальнейшие исследования показали, что в отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения (на рис. 278 они обозна-

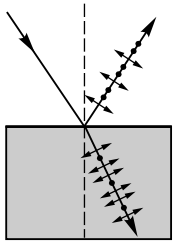


Рис. 278

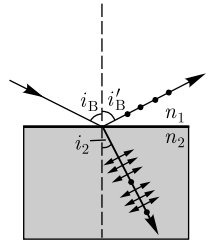


Рис. 279

чены точками), в преломленном — колебания, параллельные плоскости падения (изображены стрелками).

Степень поляризации [степень выделения световых волн с определенной ориентацией электрического (и магнитного) вектора] зависит от угла падения лучей и показателя преломления. Шотландский физик ***Д. Брюстер*** (1781 — 1868) установил ***закон***, согласно которому при угле падения i_B (***угол Брюстера***), определяемого соотношением

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}$$

(n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой), *отраженный луч является плоскополяризованным* (содержит только колебания, перпендикулярные плоскости падения) (рис. 279). *Преломленный же луч при угле падения i_B поляризуется максимально, но не полностью.*

Если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то отраженный и преломленный лучи *взаимно перпендикулярны* ($\operatorname{tg} i_B = \dfrac{\sin i_B}{\cos i_B}$, $n_{21} = \dfrac{\sin i_B}{\sin i_2}$ (i_2 — угол преломления), откуда $\cos i_B = \sin i_2$). Следовательно, $i_B + i_2 = \dfrac{\pi}{2}$, но $i'_B = i_B$ (закон отражения), поэтому $i'_B + i_2 = \dfrac{\pi}{2}$.

Степень поляризации отраженного и преломленного света при различных углах падения можно рассчитать из уравнений Максвелла, если учесть граничные условия для электромагнитного поля на границе раздела двух изотропных диэлектриков (так называемые *формулы Френеля*).

Степень поляризации преломленного света может быть значительно повышена (многократным преломлением при условии падения света каждый раз на границу раздела под углом Брюстера). Если, например, для стекла ($n = 1{,}53$) степень поляризации преломленного луча составляет $\approx 15\%$, то после преломления на $8-10$ наложенных друг на друга стеклянных пластинок вышедший из такой системы свет будет практически полностью поляризованным. Такая совокупность пластинок называется ***стопой***. Стопа может служить для анализа поляризованного света как при его отражении, так и при его преломлении.

§ 192. Двойное лучепреломление

Все прозрачные кристаллы (кроме кристаллов кубической системы, которые оптически изотропны) обладают способностью ***двойного лучепреломления***, т. е. раздваивания каждого падающего на них светового пучка. Это явление, в 1669 г. впервые обнаруженное датским ученым Э. Бартолином (1625 — 1698) для исландского шпата (разновидность кальцита $CaCO_3$), объясняется особенностями распространения света в анизотропных средах и непосредственно вытекает из уравнений Максвелла.

Если на толстый кристалл исландского шпата направить узкий пучок света, то из кристалла выйдут два пространственно разделенных луча, параллельных друг другу и падающему лучу (рис. 280). Даже в том случае, когда первичный пучок падает на кристалл нормально, преломленный пучок разделя-

Рис. 280

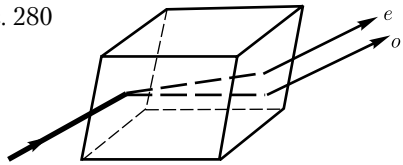
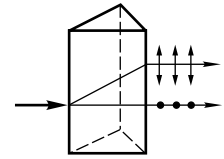


Рис. 281



ется на два, причем один из них является продолжением первичного, а второй отклоняется (рис. 281). Второй из этих лучей получил название ***необыкновенного*** (e), а первый — ***обыкновенного*** (o).

В кристалле исландского шпата имеется единственное направление, вдоль которого двойное лучепреломление не наблюдается. Направление в оптически анизотропном кристалле, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления, называется ***оптической осью кристалла***. В данном случае речь идет именно о *направлении*, а не о прямой линии, проходящей через какую-то точку кристалла. *Любая прямая, проходящая параллельно данному направлению, является оптической осью кристалла.*

Кристаллы в зависимости от типа их симметрии бывают ***одноосные*** и ***двухосные***, т. е. имеют одну или две оптические оси (к первым и относится исландский шпат).

Исследования обыкновенного и необыкновенного лучей показывают, что они полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла, называется ***главной плоскостью*** (или ***главным сечением*** кристалла). Колебания светового вектора (вектора напряженности $\vec{E}$ электрического поля) в обыкновенном луче происходят перпендикулярно главной плоскости, в необыкновенном — в главной плоскости (рис. 281).

Неодинаковое преломление обыкновенного и необыкновенного лучей указывает на различие для них показателей преломления. Очевидно, что при любом направлении обыкновенного луча колебания светового вектора перпендикулярны оптической оси кристалла, поэтому обыкновенный луч распространяется по всем направлениям с одинаковой скоростью и, следовательно, показатель преломления n_o для него есть величина постоянная.

Для необыкновенного луча угол между направлением колебаний светового вектора и оптической осью отличен от прямого и зависит от направления луча, поэтому необыкновенные лучи распространяются по различным направлениям с разными скоростями. Следовательно, показатель преломления n_e необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча. Таким образом, обыкновенный луч подчиняется закону преломления (отсюда и название «обыкновенный»), а для необыкновенного луча этот закон не выполняется. После выхода из кристалла, если не принимать во внимание поляризацию во взаимно перпендикулярных плоскостях, эти два луча ничем друг от друга не отличаются.

Как уже рассматривалось, обыкновенные лучи распространяются в кристалле по всем направлениям с одинаковой скоростью $v_o = \dfrac{c}{n_o}$, а необыкновенные — с разной скоростью $v_e = \dfrac{c}{n_e}$ (в зависимости от угла между вектором $\vec{E}$ и оптической осью). Для луча, рас-

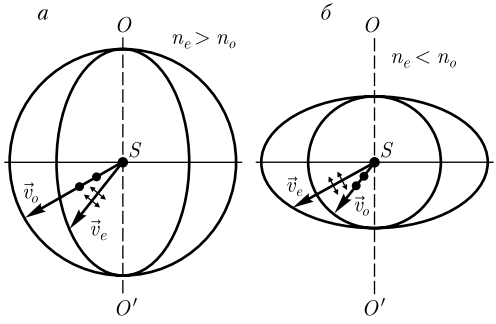


Рис. 282

пространяющегося вдоль оптической оси, $n_o = n_e$, $v_o = v_e$, т.е. вдоль оптической оси существует только одна скорость распространения света. Различие в v_e и v_o для всех направлений, кроме направления оптической оси, и обусловливает явление двойного лучепреломления света в одноосных кристаллах.

Допустим, что в точке S внутри одноосного кристалла находится точечный источник света. На рис. 282 показано распространение обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле (главная плоскость совпадает с плоскостью чертежа, OO' — направление оптической оси). Волновой поверхностью обыкновенного луча (он распространяется с $v_o = \text{const}$) является сфера, необыкновенного луча (с $v_e \neq \text{const}$) — эллипсоид вращения.

Наибольшее расхождение волновых поверхностей обыкновенного и необыкновенного лучей наблюдается в направлении, перпендикулярном оптической оси. Эллипсоид и сфера касаются друг друга в точках их пересечения с оптической осью OO'. Если $v_e < v_o$ ($n_e > n_o$), то эллипсоид необыкновенного луча вписан в сферу обыкновенного луча (эллипсоид скоростей вытянут относительно оптической оси) и ***одноосный кристалл*** называется ***положительным*** (рис. 282, *а*). Если $v_e > v_o$ ($n_e < n_o$), то эллипсоид описан вокруг сферы (эллипсоид скоростей растянут в направлении, перпендикулярном оптической оси) и ***одноосный кристалл*** называется ***отрицательным*** (рис. 282, *б*). Рассмотренный выше исландский шпат относится к отрицательным кристаллам.

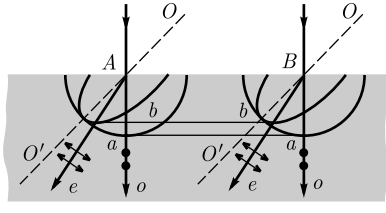


Рис. 283

В качестве примера построения обыкновенного и необыкновенного лучей рассмотрим преломление плоской волны на границе анизотропной среды, например положительной (рис. 283). Пусть свет падает нормально к преломляющей грани кристалла, а оптическая ось OO' составляет с нею некоторый угол. С центрами в точках A и B построим сферические волновые поверхности, соответствующие обыкновенному лучу, и эллипсоидальные — необыкновенному лучу. В точке, лежащей на OO', эти поверхности соприкасаются. Согласно принципу Гюйгенса, поверхность, касательная к сферам, будет фронтом ($a-a$) обыкновенной волны, поверхность, касательная к эллипсоидам, — фронтом ($b-b$) необыкновенной волны.

Проведя к точкам касания прямые, получим направления распространения обыкновенного (o) и необыкновенного (e) лучей. Таким образом, в данном случае обыкновенный луч пойдет вдоль первоначального направления, необыкновенный же отклонится от первоначального направления.

§ 193. Поляризационные призмы и поляроиды

В основе работы поляризационных приспособлений, служащих для получения поляризованного света, лежит явление двойного лучепреломления. Наиболее часто для этого применяются ***призмы*** и ***поляроиды***. Призмы делятся на два класса:

1) призмы, дающие только плоскополяризованный луч (***поляризационные призмы***);

2) призмы, дающие два поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях луча (***двоякопреломляющие призмы***).

Поляризационные призмы построены по принципу полного отражения (см. § 165) одного из лучей (например, обыкновенного) от границы раздела, в то время как другой луч с другим показателем преломления проходит через эту границу. Типичным представителем поляризационных призм является ***призма Ни́коля***[1], называемая часто ***ни́колем***.

Призма Николя (рис. 284) представляет собой двойную призму из исландского шпата, склеенную вдоль линии AB канадским бальзамом с $n = 1{,}55$. Оптическая ось OO' призмы составляет с входной гранью угол 48°. На передней грани призмы естественный луч, параллельный ребру CB, раздваивается на два луча: обыкновенный ($n_o = 1{,}66$) и необыкновенный ($n_e = 1{,}51$). При соответствующем подборе угла падения, равного или большего предельного, обыкновенный луч испытывает полное отражение (канадский бальзам для него является средой оптически менее плотной), а затем поглощается зачерненной

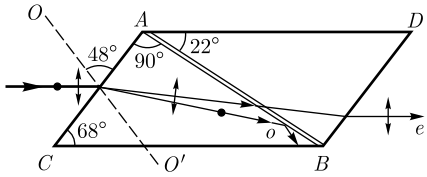


Рис. 284

боковой поверхностью CB. Необыкновенный луч выходит из кристалла параллельно падающему лучу, незначительно смещенному относительно него (ввиду преломления на наклонных гранях AC и BD).

Двоякопреломляющие призмы используют различие в показателях преломления обыкновенного и необыкновенного лучей, чтобы развести их возможно дальше друг от друга. Примером двоякопреломляющих призм могут служить призмы из исландского шпата и стекла, призмы, составленные из двух призм из исландского шпата со взаимно перпендикулярными оптическими осями. Для первых призм (рис. 285) обыкновенный луч преломляется в шпате и стекле два раза и, следовательно, сильно отклоняется, необыкновенный же луч при соответствующем подборе показателя преломления стекла n ($n \approx n_e$) проходит призму почти без отклонения. Для вторых призм различие в ориентировке оптических осей влияет на угол расхождения между обыкновенным и необыкновенным лучами.

Двоякопреломляющие кристаллы обладают свойством ***дихроизма***, т. е. различного поглощения света в зависимости от ориентации электрического вектора световой волны, и называются ***дихроичными кристаллами***.

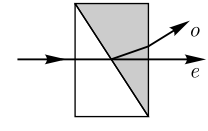


Рис. 285

[1] У. Николь (1768 – 1851) – шотландский ученый.

Примером сильно дихроичного кристалла является турмалин, в котором из-за сильного селективного поглощения обыкновенного луча уже при толщине пластинки 1 мм из нее выходит только необыкновенный луч. Такое различие в поглощении, зависящее, кроме того, от длины волны, приводит к тому, что при освещении дихроичного кристалла белым светом кристалл по разным направлениям оказывается различно окрашенным.

Дихроичные кристаллы приобрели еще более важное значение в связи с изобретением ***поляроидов***. Примером поляроида может служить тонкая пленка из целлулоида, в которую вкраплены кристаллики герапатита (сернокислого иод-хинина). Герапатит — двоякопреломляющее вещество с очень сильно выраженным дихроизмом в области видимого света. Установлено, что такая пленка уже при толщине $\approx 0{,}1$ мм полностью поглощает обыкновенные лучи видимой области спектра, являясь в таком тонком слое совершенным поляризатором.

Преимущество поляроидов перед призмами — возможность изготовлять их с площадями поверхностей до нескольких квадратных метров. Однако степень поляризации в них сильнее зависит от λ, чем в призмах. Кроме того, их меньшая по сравнению с призмами прозрачность (приблизительно 30 %) в сочетании с небольшой термостойкостью не позволяет использовать поляроиды в мощных световых потоках. Поляроиды применяются, например, для защиты от ослепляющего действия солнечных лучей и фар встречного автотранспорта.

Разные кристаллы создают различное по значению и направлению двойное лучепреломление, поэтому, пропуская через них поляризованный свет и измеряя изменение его интенсивности после прохождения кристаллов, можно определить их оптические характеристики и производить ***минералогический*** анализ. Для этой цели используются ***поляризационные микроскопы***.

§ 194. Анализ поляризованного света

Пусть на кристаллическую пластинку, вырезанную, например, из одноосного отрицательного кристалла параллельно его оптической оси, нормально падает плоскополяризованный свет (рис. 286). Внутри пластинки он разбивается на обыкновенный (o) и необыкновенный (e) лучи, которые в кристалле пространственно не разделены (но движутся с разными скоростями), а на выходе из кристалла складываются.

Так как в обыкновенном и необыкновенном лучах колебания светового вектора совершаются во взаимно перпендикулярных направлениях, то на выходе из пластинки в результате сложения этих колебаний возникают световые волны, вектор $\vec{E}$ (а следовательно, и $\vec{H}$) в которых меняется со временем так, что его конец описывает эллипс, ориентированный произвольно относительно координатных осей. Уравнение этого эллипса [см. (145.2)]:

$$\frac{x^2}{E_o^2} - \frac{2xy}{E_o E_e}\cos\varphi + \frac{y^2}{E_e^2} = \sin^2\varphi, \quad (194.1)$$

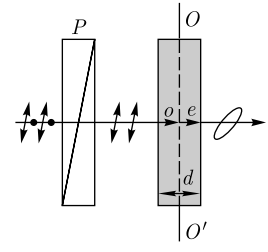


Рис. 286

где E_o и E_e — соответственно составляющие напряженности электрического поля волны в обыкновенном и необыкновенном лучах; φ — разность фаз колебаний.

Таким образом, в результате прохождения через кристаллическую пластинку *плоскополяризованный* свет превращается в *эллиптически поляризованный*.

Между обыкновенным и необыкновенным лучами в пластинке возникает оптическая разность хода

$$\Delta = (n_o - n_e)d,$$

или разность фаз

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_o - n_e)d,$$

где d — толщина пластинки; λ_0 — длина волны света в вакууме.

Если $\Delta = (n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{4}, \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$, то уравнение (194.1) примет вид

$$\frac{x^2}{E_o^2} + \frac{y^2}{E_e^2} = 1,$$

т. е. эллипс ориентирован относительно главных осей кристалла. При $E_o = E_e$ (если световой вектор в падающем на пластинку плоскополяризованном свете составляет угол $\alpha = 45°$ с направлением оптической оси пластинки)

$$x^2 + y^2 = E_o^2,$$

т. е. на выходе из пластинки *свет оказывается циркулярно поляризованным*.

Вырезанная параллельно оптической оси пластинка, для которой оптическая разность хода

$$\Delta = (n_o - n_e)d = \pm\left(m + \frac{1}{4}\right)\lambda_0$$
$$(m = 0,1,2,\ldots),$$

называется ***пластинкой в четверть волны*** (пластинкой $\frac{\lambda}{4}$). Знак «+» соответствует отрицательным кристаллам, «−» — положительным. Плоскополяризованный свет, пройдя пластинку $\frac{\lambda}{4}$, на выходе превращается в эллиптически поляризованный (в частном случае циркулярно поляризованный). Конечный результат, как уже рассматривали, определяется разностью фаз φ и углом α. Пластинка, для которой

$$(n_o - n_e)d = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 \ (m = 0,1,2,\ldots),$$

называется ***пластикой в полволны*** и т. д.

В циркулярно поляризованном свете разность фаз φ между любыми двумя взаимно перпендикулярными колебаниями равна $\pm\frac{\pi}{2}$. Если на пути такого света поставить пластинку $\frac{\lambda}{4}$, то она внесет дополнительную разность фаз $\pm\frac{\pi}{2}$. Результирующая разность фаз станет равной 0 или π. Следовательно [см. (194.1)], циркулярно поляризованный свет, пройдя пластинку $\frac{\lambda}{4}$, становится плоскополяризованным. Если теперь на пути луча поставить поляризатор, то можно добиться полного его гашения. Если же падающий свет естественный, то он при прохождении пластинки $\frac{\lambda}{4}$ таковым и останется (ни при каком положении пластинки и поляризатора погашения луча не достичь).

Таким образом, если при вращении поляризатора при любом положении пластинки интенсивность не меняется, то падающий свет естественный. Если интенсивность меняется и можно достичь полного гашения луча, то падающий свет циркулярно поляризованный; если полного гашения не достичь, то падающий свет представляет смесь естественного и циркулярно поляризованного света.

Если на пути эллиптически поляризованного света поместить пластинку $\frac{\lambda}{4}$, оптическая ось которой ориентирована параллельно одной из осей эллипса, то она внесет дополнительную разность фаз $\pm\frac{\pi}{2}$. Результирующая разность фаз станет равной нулю или π. Следовательно, эллиптически поляризованный свет, пройдя пластинку $\frac{\lambda}{4}$, повернутую определенным образом, превращается в плоскополяризованный и может быть погашен поворотом поляризатора. Этим методом можно отличить эллиптически поляризованный свет от частично поляризованного или циркулярно поляризованный свет от естественного.

§ 195. Искусственная оптическая анизотропия

Двойное лучепреломление имеет место в естественных анизотропных средах (см. § 192). Существуют, однако, различные способы получения ***искусственной оптической анизотропии***, т. е. сообщения оптической анизотропии естественно изотропным веществам.

Оптически изотропные вещества становятся оптически анизотропными под действием: 1) одностороннего сжатия или растяжения (кристаллы кубической системы, стекла и др.); 2) электрического поля (***эффект Керра***[1]; жидкости, аморфные тела, газы); 3) магнитного поля (жидкости, стекла, коллоиды).

В перечисленных случаях вещество приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением деформации, электрического или магнитного полей соответственно указанным выше воздействиям.

Мерой возникающей оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном оптической оси:

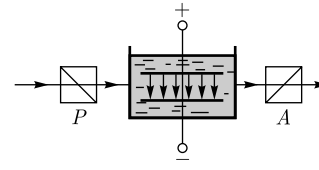
$$\begin{aligned} n_o - n_e &= k_1\sigma \quad \text{(в случае деформации);} \\ n_o - n_e &= k_2E^2 \text{ (в случае электрического поля);} \\ n_o - n_e &= k_3H^2 \text{ (в случае магнитного поля),} \end{aligned} \qquad (195.1)$$

где k_1, k_2, k_3 — постоянные, характеризующие вещество; σ — нормальное напряжение (см. § 21); E и H — соответственно напряженность электрического и магнитного полей.

На рис. 287 показана схема установки для наблюдения эффекта Керра в жидкостях (установки для изучения рассмотренных явлений однотипны). ***Ячейка Керра*** — кювета с жидкостью (например, нитробензолом), в которую введены пластины конденсатора, помещается между скрещенными поляризатором P и анализатором A.

При отсутствии электрического поля свет через систему не проходит. При наложении электрического поля жидкость становится двоякопреломляющей; при изменении разности потенциалов между электродами меняется степень анизотропии вещества, а следовательно, и интенсивность света, прошед-

Рис. 287



[1] Д. Керр (1824 — 1904) — шотландский физик.

шего через анализатор. На пути l между обыкновенным и необыкновенным лучами возникает оптическая разность хода

$$\Delta = (n_o - n_e)l = k_2 l E^2$$

[с учетом формулы (195.1)] или соответственно разность фаз

$$\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = 2\pi B l E^2,$$

где $B = \frac{k_2}{\lambda}$ — постоянная Керра.

Эффект Керра — оптическая анизотропия веществ под действием электрического поля — объясняется различной поляризуемостью молекул жидкости по разным направлениям. Это явление практически безынерционно, т. е. время перехода вещества из изотропного состояния в анизотропное при включении поля (и обратно) составляет приблизительно 10^{-10} с. Поэтому ячейка Керра служит идеальным световым затвором и применяется в быстропротекающих процессах (звукозапись, воспроизводство звука, скоростная фото- и киносъемка, изучение скорости распространения света и т. д.), в оптической локации, в оптической телефонии и т. д.

Искусственная анизотропия под действием механических воздействий позволяет исследовать напряжения, возникающие в прозрачных телах. В данном случае о степени деформации отдельных участков изделия (например, остаточных деформаций в стекле при закалке) судят по распределению в нем окраски. Так как применяемые обычно в технике материалы (металлы) непрозрачны, то исследование напряжений производят на прозрачных моделях, а потом делают соответствующий пересчет на проектируемую конструкцию.

§ 196. Вращение плоскости поляризации

Некоторые вещества (например, из твердых тел — кварц, сахар, киноварь, из жидкостей — водный раствор сахара, винная кислота, скипидар), называемые ***оптически активными***, обладают способностью вращать плоскость поляризации. Вращение плоскости поляризации можно наблюдать на следующем опыте (рис. 288). Если между скрещенными поляризатором P и анализатором A, дающими темное поле зрения, поместить оптически активное вещество (например, кювету с раствором сахара), то поле зрения анализатора просветляется. При повороте анализатора на некоторый угол φ можно вновь получить темное поле зрения. Угол φ и есть угол, на который оптически активное вещество поворачивает плоскость поляризации света, прошедшего через поляризатор. Так как поворотом анализатора можно получить темное поле зрения, то свет, прошедший через оптически активное вещество, является плоскополяризованным.

Угол поворота плоскости поляризации для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \alpha d,$$

для оптически активных растворов

$$\varphi = [\alpha] C d, \qquad (196.1)$$

где d — расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе; α ($[\alpha]$) — так называемое ***удельное вращение***, численно равное углу поворота плоскости поляризации света слоем оптически

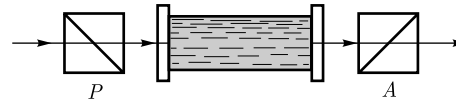


Рис. 288

активного вещества единичной толщины (единичной концентрации — для растворов); C — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе, кг/м^3.

Удельное вращение зависит от природы вещества, температуры и длины волны света в вакууме.

Все вещества, оптически активные в жидком состоянии, обладают таким же свойством и в кристаллическом состоянии. Однако если вещества активны в кристаллическом состоянии, то не всегда активны в жидком (например, расплавленный кварц). Следовательно, оптическая активность обусловливается как строением молекул вещества (их асимметрией), так и особенностями расположения частиц в кристаллической решетке.

Оптически активные вещества в зависимости от направления вращения плоскости поляризации разделяются на ***право-*** и ***левовращающие***. В первом случае плоскость поляризации, если смотреть навстречу лучу, вращается вправо (по часовой стрелке), во втором — влево (против часовой стрелки). Вращение плоскости поляризации объяснено О. Френелем (1817 г.). Согласно теории Френеля, скорость распространения света в оптически активных веществах различна для лучей, поляризованных по кругу вправо и влево.

Явление вращения плоскости поляризации и, в частности, формула (196.1) лежат в основе точного метода определения концентрации растворов оптически активных веществ, называемого ***поляриметрией*** (***сахариметрией***). Для этого используется установка, показанная на рис. 288. По найденному углу поворота плоскости поляризации φ и известному значению $[\alpha]$ из (196.1) находится концентрация растворенного вещества.

Впоследствии М. Фарадеем было обнаружено вращение плоскости поляризации в оптически неактивных веществах, возникающее под действием магнитного поля. Это явление получило название ***эффекта Фарадея*** (или ***магнитного вращения плоскости поляризации***). Оно имело огромное значение для науки, так как было первым явлением, в котором обнаружилась связь между оптическими и электромагнитными процессами.

Контрольные вопросы

- Возможна ли поляризация для продольных волн? Почему?
- Что называется естественным светом? плоскополяризованным светом? частично поляризованным светом? эллиптически поляризованным светом?
- Как изменяется интенсивность света за поляризатором при его вращении вокруг пучка естественного света?
- Как практически отличить плоскополяризованный свет от естественного?
- Чем замечателен угол Брюстера?
- Покажите, что при выполнении закона Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.
- Интенсивность естественного света, пропущенного через два поляризатора, уменьшилась вдвое. Как ориентированы поляризаторы?
- Что называется оптической осью кристалла? Чем отличаются двухосные кристаллы от одноосных?
- Чем обусловлено двойное преломление в оптически анизотропном одноосном кристалле?

- Чем отличаются отрицательные кристаллы от положительных? Приведите построение волновых поверхностей для *o*- и *e*- лучей.
- Какие поляризационные приборы вы знаете? В чем заключается принцип их действия?
- Что называется пластинкой в четверть волны? в полволны?
- На поляризатор падает циркулярно поляризованный свет с интенсивностью I_0. Какова интенсивность света за поляризатором?
- Как, используя пластинку в четверть волны и поляризатор, отличить циркулярно поляризованный свет от естественного?
- Каково будет действие пластинки в полволны на естественный свет? на плоскополяризованный свет, плоскость поляризации которого составляет угол $45°$ с оптической осью пластинки?
- Объясните действие светового затвора ячейки Керра в сочетании с поляризатором и анализатором. Что такое эффект Керра? Какова физическая причина его возникновения?
- Какие вещества называются оптически активными?
- В чем отличие оптической активности от двойного лучепреломления?

ЗАДАЧИ

25.1. Определите, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два поляризатора, расположенные так, что угол между их главными плоскостями равен $45°$, а в каждом из николей теряется $5\,\%$ интенсивности падающего на него света. [В 4,43 раза]

25.2. Предельный угол полного отражения для пучка света на границе кристалла каменной соли с воздухом равен $40{,}5°$. Определите угол Брюстера при падении света из воздуха на поверхность этого кристалла. [$57°$]

25.3. Плоскополяризованный свет, длина волны которого в вакууме $\lambda = 600$ нм, падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно его оптической оси. Принимая показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно $n_o = 1{,}66$ и $n_e = 1{,}49$, определите длины волн этих лучей в кристалле. [$\lambda_o = 361$ нм, $\lambda_e = 403$ нм].

25.4. Определите наименьшую толщину кристаллической пластинки в полволны для $\lambda = 589$ им, если разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для данной длины волны $n_o - n_e = 0{,}17$. [1,73 мкм]

25.5. Естественный монохроматический свет падает на систему из двух скрещенных николей, между которыми находится кварцевая пластинка толщиной 4 мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через эту систему, если удельное вращение кварца равно 15 угл. град/мм? [В 2,67 раза]

Глава 26
КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

§ 197. Тепловое излучение и его характеристики

Тела, нагретые до достаточно высоких температур, светятся. Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется ***тепловым*** (***температурным***) ***излучением***. Тепловое излучение, являясь самым распространенным в природе, совершается за счет энергии тепло-

вого движения атомов и молекул вещества (т. е. за счет его внутренней энергии) и свойственно всем телам при температуре выше 0 К.

Тепловое излучение характеризуется *сплошным спектром*, положение максимума которого зависит от температуры. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких — преимущественно длинные (инфракрасные).

Тепловое излучение — практически единственный вид излучения, которое является ***равновесным***. Предположим, что нагретое (излучающее) тело помещено в полость, ограниченную идеально отражающей оболочкой. С течением времени, в результате непрерывного обмена энергией между телом и излучением, наступит равновесие, т. е. тело в единицу времени будет поглощать столько же энергии, сколько и излучать.

Допустим, что равновесие между телом и излучением по какой-либо причине нарушено и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Если в единицу времени тело больше излучает, чем поглощает (или наоборот), то температура тела начнет понижаться (или повышаться). В результате будет ослабляться (или возрастать) количество излучаемой телом энергии, пока, наконец, не установится равновесие. Все другие виды излучения неравновесны.

Количественной характеристикой теплового излучения служит ***спектральная плотность энергетической светимости (излучательности) тела*** — мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины:

$$R_{\nu,T} = \frac{\mathrm{d}W^{\text{изл}}_{\nu,\nu+\mathrm{d}\nu}}{\mathrm{d}\nu},$$

где $\mathrm{d}W^{\text{изл}}_{\nu,\nu+\mathrm{d}\nu}$ — энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени (мощность излучения) с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ν до $\nu + \mathrm{d}\nu$.

Единица спектральной плотности энергетической светимости ($R_{\nu,T}$) — ***джоуль на метр в квадрате*** (Дж/м^2).

Записанную формулу для $R_{\nu,T}$ можно представить в виде функции длины волны:

$$\mathrm{d}W^{\text{изл}}_{\nu,\nu+\mathrm{d}\nu} = R_{\nu,T}\mathrm{d}\nu = R_{\lambda,T}\mathrm{d}\lambda.$$

Так как $c = \lambda\nu$, то

$$\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c},$$

где знак «$-$» указывает на то, что с возрастанием одной из величин (ν или λ) другая величина убывает. Поэтому в дальнейшем знак «$-$» будем опускать. Таким образом,

$$R_{\nu,T} = \frac{\lambda^2}{c} R_{\lambda,T}. \qquad (197.1)$$

С помощью формулы (197.1) можно перейти от $R_{\nu,T}$ к $R_{\lambda,T}$, и наоборот.

Зная спектральную плотность энергетической светимости, можно вычислить ***интегральную энергетическую светимость (интегральную излучательность)*** (ее называют просто энергетической светимостью тела). Для этого следует просуммировать спектральную плотность энергетической светимости по всем частотам:

$$R_T = \int_0^\infty R_{\nu,T}\mathrm{d}\nu. \qquad (197.2)$$

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется ***спектральной поглощательной способностью***

$$A_{\nu,T} = \frac{\mathrm{d}W^{\text{погл}}_{\nu,\nu+\mathrm{d}\nu}}{\mathrm{d}W_{\nu,\nu+\mathrm{d}\nu}},$$

показывающей, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от ν до $\nu + d\nu$, поглощается телом. Спектральная поглощательная способность — *величина безразмерная*. Величины $R_{\nu,T}$ и $A_{\nu,T}$ зависят от природы тела, его термодинамической температуры и при этом различаются для излучений с разными частотами. Поэтому эти величины относят к определенным T и ν (вернее, к достаточно узкому интервалу частот от ν до $\nu + d\nu$).

Тело, способное поглощать полностью при любой температуре все падающее на него излучение любой частоты, называется ***черным***. Следовательно, спектральная поглощательная способность черного тела для всех частот и температур тождественно равна единице ($A^{ч}_{\nu,T} \equiv 1$). Черных тел в природе нет, однако такие тела, как сажа, платиновая чернь, черный бархат и некоторые другие, в определенном интервале частот по своим свойствам близки к ним.

Наиболее совершенной *моделью* черного тела может служить замкнутая полость с небольшим отверстием O (рис. 289). Луч света, попавший внутрь такой полости, испытывает многократные отражения от стенок, в результате чего интенсивность вышедшего излучения оказывается практически равной нулю. Опыт показывает, что при размере отверстия, меньшего 0,1 диаметра полости, падающее излучение всех частот практически полностью поглощается. Вследствие этого открытые окна домов со стороны улицы кажутся черными, хотя внутри комнат достаточно светло из-за отражения света от стен.

Наряду с понятием черного тела используют понятие ***серого тела*** — тела, поглощательная способность которого

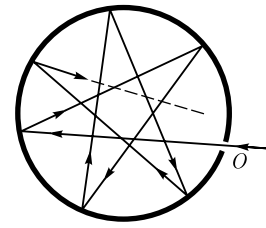


Рис. 289

меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела. Таким образом, для серого тела $A^{с}_{\nu,T} = A_T = \text{const} < 1$.

Исследование теплового излучения сыграло важную роль в создании квантовой теории света, поэтому необходимо рассмотреть законы, которым оно подчиняется.

§ 198. Закон Кирхгофа

Кирхгоф, опираясь на второй закон термодинамики и анализируя условия равновесного излучения в изолированной системе тел, установил количественную связь между спектральной плотностью энергетической светимости и спектральной поглощательной способностью тел. Отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры (***закон Кирхгофа***):

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}. \qquad (198.1)$$

Для черного тела $A^{ч}_{\nu,T} \equiv 1$, поэтому из закона Кирхгофа [см. (198.1)] следует, что $R_{\nu,T}$ для черного тела равна $r_{\nu,T}$. Таким образом, ***универсальная функция Кирхгофа*** $r_{\nu,T}$ есть не что иное, как *спектральная плотность энергетиче-*

ской светимости черного тела. Следовательно, согласно закону Кирхгофа, для всех тел отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности равно спектральной плотности энергетической светимости черного тела *при той же температуре и частоте*.

Из закона Кирхгофа следует, что спектральная плотность энергетической светимости любого тела в любой области спектра всегда меньше спектральной плотности энергетической светимости черного тела (при тех же значениях T и ν), так как $A_{\nu,T} < 1$ и поэтому $R_{\nu,T} < r_{\nu,T}$. Кроме того, из (198.1) вытекает, что если тело при данной температуре T не поглощает электромагнитные волны в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ ($A_{\nu,T} = 0$), то оно их в этом интервале частот при температуре T не излучает, так как $R_{\nu,T} = A_{\nu,T} r_{\nu,T}$.

Используя закон Кирхгофа, выражение для энергетической светимости тела (197.2) можно записать в виде

$$R_T = \int_0^\infty A_{\nu,T} r_{\nu,T} d\nu.$$

Для серого тела

$$R_T^c = A_T \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu = A_T R_e, \quad (198.2)$$

где

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu \quad (198.3)$$

— ***энергетическая светимость черного тела*** (зависит только от температуры).

Закон Кирхгофа описывает только тепловое излучение, являясь настолько характерным для него, что может служить надежным критерием для определения природы излучения. Излучение, которое закону Кирхгофа не подчиняется, не является тепловым.

§ 199. Законы Стефана — Больцмана и смещения Вина

Из закона Кирхгофа [см. (198.1)] следует, что спектральная плотность энергетической светимости черного тела является универсальной функцией, поэтому нахождение ее явной зависимости от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения.

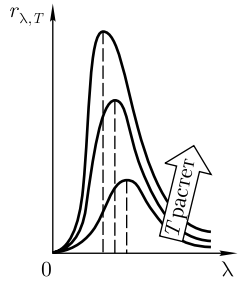
Австрийский физик Й. Стефан (1835 — 1893), анализируя экспериментальные данные (1879), и Л. Больцман, применяя термодинамический метод (1884), решили эту задачу лишь частично, установив зависимость энергетической светимости R_e черного тела от температуры. Согласно ***закону Стефана — Больцмана***,

$$R_e = \sigma T^4, \quad (199.1)$$

т. е. энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры; σ — постоянная Стефана — Больцмана, ее экспериментальное значение равно $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$ К^4).

Закон Стефана — Больцмана, определяя зависимость R_e от температуры, не дает ответа относительно спектрального состава излучения черного тела. Из экспериментальных кривых зависимости функции $r_{\lambda,T}$ от длины волны λ ($r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T}$) при различных температурах (рис. 290) следует, что распределение энергии в спектре черного тела является неравномерным. Все кривые имеют явно выраженный максимум,

Рис. 290



который по мере повышения температуры смещается в сторону более коротких длин волн. Площадь, ограниченная кривой зависимости $r_{\lambda,T}$ от λ и осью абсцисс, пропорциональна энергетической светимости R_e черного тела и, следовательно, по закону Стефана — Больцмана, четвертой степени температуры.

Немецкий физик В. Вин (1864 — 1928), опираясь на законы термо- и электродинамики, установил зависимость длины волны $\lambda_{\max}$, соответствующей максимуму функции $r_{\lambda,T}$, от температуры T. Согласно ***закону смещения Вина***,

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \qquad (199.2)$$

т. е. длина волны $\lambda_{\max}$, соответствующая *максимальному* значению спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре; b — постоянная Вина; ее экспериментальное значение равно $2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м · К. Выражение (199.2) потому называют *законом смещения* Вина, что оно показывает смещение положения максимума функции $r_{\lambda,T}$ по мере возрастания температуры в область коротких длин волн. Закон Вина объясняет, почему при понижении температуры нагретых тел в их спектре все сильнее преобладает длинноволновое излучение (например, переход белого каления в красное при остывании металла).

§ 200. Формулы Рэлея — Джинса и Планка

Из рассмотрения законов Стефана — Больцмана и Вина следует, что термодинамический подход к решению задачи о нахождении универсальной функции Кирхгофа $r_{\nu,T}$ не дал желаемых результатов. Следующая строгая попытка теоретического вывода зависимости $r_{\nu,T}$ принадлежит английским ученым Д. Рэлею и Д. Джинсу (1877 — 1946), которые применили к тепловому излучению методы статистической физики, воспользовавшись классическим законом равномерного распределения энергии по степеням свободы.

Формула Рэлея — Джинса для спектральной плотности энергетической светимости черного тела имеет вид

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\langle\varepsilon\rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT, \qquad (200.1)$$

где $\langle\varepsilon\rangle = kT$ — средняя энергия осциллятора с собственной частотой ν. Для осциллятора, совершающего колебания, средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы (см. § 50), поэтому средняя энергия каждой колебательной степени свободы $\langle\varepsilon\rangle = kT$.

Как показал опыт, выражение (200.1) согласуется с экспериментальными данными *только* в области достаточно малых частот и больших температур. В области больших частот формула

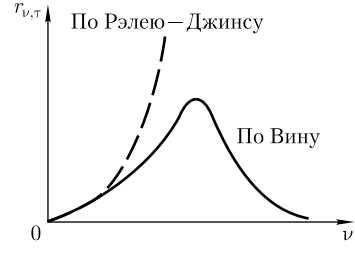


Рис. 291

Рэлея — Джинса резко расходится с экспериментом, а также с законом смещения Вина (рис. 291). Кроме того, оказалось, что попытка получить закон Стефана — Больцмана [см. (199.1)] из формулы Рэлея — Джинса приводит к абсурду. Действительно, вычисленная с использованием (200.1) энергетическая светимость черного тела [см. (198.3)]

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T}\,\mathrm{d}\nu = \frac{2\pi kT}{c^2}\int_0^\infty \nu^2\,\mathrm{d}\nu = \infty,$$

в то время как по закону Стефана — Больцмана R_e пропорциональна четвертой степени температуры. Этот результат получил название «ультрафиолетовой катастрофы». Таким образом, в рамках классической физики не удалось объяснить законы распределения энергии в спектре черного тела.

В области больших частот хорошее согласие с опытом дает ***формула Вина*** (***закон излучения Вина***), полученная им из общих теоретических соображений:

$$r_{\nu,T} = C\nu^3 A\mathrm{e}^{-\frac{A\nu}{T}},$$

где $r_{\nu,T}$ — спектральная плотность энергетической светимости черного тела; C и A — постоянные величины.

В современных обозначениях с использованием постоянной Планка, которая в то время еще не была известна, закон излучения Вина может быть записан в виде

$$r_{\nu_1,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\mathrm{e}^{-\frac{h\nu}{kT}}.$$

Правильное, согласующееся с опытными данными выражение для спектральной плотности энергетической светимости черного тела было найдено в 1900 г. немецким физиком М. Планком. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться *непрерывно*, т. е. может принимать любые сколь угодно близкие значения.

Согласно выдвинутой Планком ***квантовой гипотезе***, атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а *определенными порциями* — ***квантами***, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебания [см. (170.3)]:

$$\varepsilon_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \qquad (200.2)$$

где $h = 6{,}625\cdot 10^{-34}$ Дж·с — ***постоянная Планка***.

Так как излучение испускается порциями, то энергия осциллятора ε может принимать лишь определенные *дискретные значения*, кратные целому числу элементарных порций энергии ε_0:

$$\varepsilon = nh\nu\ (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

В данном случае среднюю энергию $\langle\varepsilon\rangle$ осциллятора нельзя принимать равной kT. В приближении, что распределение осцилляторов по возможным дискретным состояниям подчиняется распределению Больцмана (см. § 45), средняя энергия осциллятора

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{h\nu}{\mathrm{e}^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

а спектральная плотность энергетической светимости черного тела

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\frac{h\nu}{\mathrm{e}^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\frac{1}{\mathrm{e}^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

Таким образом, Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\frac{1}{\mathrm{e}^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \qquad (200.3)$$

которая, как оказалось, блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения черного тела *во всем интервале частот и температур*. Теоретический вывод этой формулы М. Планк изложил 14 декабря 1900 г. на заседании Немецкого физического общества. Этот день стал датой рождения квантовой физики.

В области малых частот, т.е. при $h\nu \ll kT$ (энергия кванта очень мала по сравнению с энергией теплового движения kT), формула Планка (200.3) совпадает с формулой Рэлея – Джинса (200.1). Для доказательства этого разложим экспоненциальную функцию в ряд, ограничившись для рассматриваемого случая двумя первыми членами:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1+\frac{h\nu}{kT},\ e^{\frac{h\nu}{kT}}-1 \approx \frac{h\nu}{kT}.$$

Подставляя последнее выражение в формулу Планка (200.3), найдем, что

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\frac{1}{h\nu/(kT)} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT,$$

т.е. получили формулу Рэлея – Джинса (200.1).

Из формулы Планка можно получить закон Стефана – Больцмана. Согласно (198.3) и (200.3),

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T}\,d\nu = \int_0^\infty \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}\,d\nu.$$

Введем безразмерную переменную $x = \frac{h\nu}{kT}$; $dx = \frac{h\,d\nu}{kT}$; $d\nu = \frac{kT\,dx}{h}$. Формула для R_e преобразуется к виду

$$R_e = \frac{2\pi k^4}{c^2h^3}T^4\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}dx = \sigma T^4, \quad (200.4)$$

где $\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2h^3}\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}dx = \frac{2\pi^5k^4}{15c^2h^3}$, так как $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}dx = \frac{\pi^4}{15}$. Таким образом, действительно формула Планка позволяет получить закон Стефана – Больцмана [(ср. формулы (199.1) и (200.4)]. Кроме того, подстановка числовых значений k, c и h дает для постоянной Стефана – Больцмана значение, хорошо согласующееся с экспериментальными данными.

Закон смещения Вина получим с помощью формул (197.1) и (200.3):

$$r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2}r_{\nu,T} = \frac{2\pi c^2h}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1},$$

откуда

$$\frac{\partial r_{\lambda,T}}{\partial\lambda} = \frac{2\pi c^2h}{\lambda^6(e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1)}\left(\frac{\frac{hc}{kT\lambda}e^{\frac{hc}{kT\lambda}}}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1}-5\right).$$

Значение $\lambda_{\max}$, при котором функция достигает максимума, найдем, приравняв нулю эту производную. Тогда, введя $x = \frac{hc}{kT\lambda_{\max}}$, получим уравнение

$$xe^x - 5(e^x-1) = 0.$$

Решение этого трансцендентного уравнения методом последовательных приближений дает $x = 4{,}965$. Следовательно, $\frac{hc}{kT\lambda_{\max}} = 4{,}965$, откуда

$$T\lambda_{\max} = \frac{hc}{4{,}965k} = b,$$

т.е. получили закон смещения Вина [см. (199.2)].

Из формулы Планка, зная универсальные постоянные h, k и c, можно вычислить постоянные Стефана – Больцмана σ и Вина b. С другой стороны, зная экспериментальные значения σ и b, можно вычислить значения h и k (именно так и было впервые найдено числовое значение постоянной Планка).

Таким образом, формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и содержит в себе частные законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения. Следовательно, формула Планка является полным решением основ-

ной задачи теплового излучения. Ее решение стало возможным лишь благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.

§ 201. Оптическая пирометрия. Тепловые источники света

Законы теплового излучения используются для измерения температуры раскаленных и самосветящихся тел (например, звезд). Методы измерения высоких температур, использующие зависимость спектральной плотности энергетической светимости или интегральной энергетической светимости тел от температуры, называются ***оптической пирометрией***.

Приборы для измерения температуры нагретых тел по интенсивности их теплового излучения в оптическом диапазоне спектра называются ***пирометрами***. В зависимости от того, какой закон теплового излучения используется при измерении температуры тел, различают *радиационную*, *цветовую* и *яркостную температуры*.

1. Радиационная температура — это такая температура черного тела, при которой его энергетическая светимость R_e [см. (198.3)] равна энергетической светимости R_T [см. (197.2)] исследуемого тела. В данном случае регистрируется энергетическая светимость исследуемого тела и по закону Стефана — Больцмана (199.1) вычисляется его радиационная температура:

$$T_{\text{р}} = \sqrt[4]{\frac{R_T}{\sigma}}.$$

Радиационная температура $T_{\text{р}}$ тела всегда меньше его истинной температуры T. Для доказательства этого предположим, что исследуемое тело является серым. Тогда, используя (199.1) и (198.2), можно записать

$$R_T^{\text{c}} = A_T R_e = A_T \sigma T^4.$$

С другой стороны,

$$R_T^{\text{c}} = \sigma T_{\text{р}}^4.$$

Из сравнения этих выражений вытекает, что

$$T_{\text{р}} = \sqrt[4]{A_T}\, T.$$

Так как $A_T < 1$, то $T_{\text{р}} < T$, т. е. истинная температура тела всегда выше радиационной.

2. Цветовая температура. Для серых тел (или тел, близких к ним по свойствам) спектральная плотность энергетической светимости

$$R_{\lambda,T} = A_T r_{\lambda,T},$$

где $A_T = \text{const} < 1$. Следовательно, распределение энергии в спектре излучения серого тела такое же, как и в спектре черного тела, имеющего ту же температуру, поэтому к серым телам применим закон смещения Вина [см. (199.2)]. Зная длину волны $\lambda_{\max}$, соответствующую максимальной спектральной плотности энергетической светимости $R_{\lambda,T}$ исследуемого тела, можно определить его температуру

$$T_{\text{ц}} = \frac{b}{\lambda_{\max}},$$

которая называется ***цветовой температурой***. Для серых тел цветовая температура совпадает с истинной. Для тел, которые сильно отличаются от серых (например, обладающих селективным поглощением), понятие цветовой температуры теряет смысл. Таким способом определяется температура на поверхности Солнца ($T_{\text{ц}} \approx 6500$ К) и звезд.

3. Яркостная температура $T_{\text{я}}$ — это температура черного тела, при которой

для определенной длины волны его спектральная плотность энергетической светимости равна спектральной плотности энергетической светимости исследуемого тела, т. е.

$$r_{\lambda,T_я} = R_{\lambda,T}, \qquad (201.1)$$

где T — истинная температура тела.

По закону Кирхгофа [см. (198.1)], для исследуемого тела при длине волны λ

$$\frac{R_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}} = r_{\lambda,T},$$

или, учитывая (201.1),

$$A_{\lambda,T} = \frac{r_{\lambda,T_я}}{r_{\lambda,T}}. \qquad (201.2)$$

Так как для нечерных тел $A < 1$, то $r_{\lambda,T_я} < r_{\lambda,T}$ и, следовательно, $T_я < T$, т. е. истинная температура тела всегда выше яркостной.

В качестве яркостного пирометра обычно используется *пирометр с исчезающей нитью*. Накал нити пирометра подбирается таким, чтобы выполнялось условие (201.1). В данном случае изображение нити пирометра становится неразличимым на фоне поверхности раскаленного тела, т. е. нить как бы «исчезает». Используя проградуированный по черному телу миллиамперметр, можно определить яркостную температуру.

Зная поглощательную способность $A_{\lambda,T}$ тела при той же длине волны, по яркостной температуре можно определить истинную. Переписав формулу Планка (200.3) в виде

$$r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}$$

и учитывая это в (201.2), получим

$$A_{\lambda,T} = \frac{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}{e^{\frac{hc}{kT_я\lambda}} - 1},$$

т. е. при известных $A_{\lambda,T}$ и λ можно определить истинную температуру исследуемого тела.

4. Тепловые источники света. Свечение раскаленных тел используется для создания источников света, первые из которых — лампы накаливания и дуговые лампы — были соответственно изобретены русскими учеными А. Н. Лодыгиным в 1873 г. и П. Н. Яблочковым в 1876 г.

На первый взгляд кажется, что черные тела должны быть наилучшими тепловыми источниками света, так как их спектральная плотность энергетической светимости для любой длины волны больше спектральной плотности энергетической светимости нечерных тел, взятых при одинаковых температурах. Однако оказывается, что для некоторых тел (например, вольфрама), обладающих селективностью теплового излучения, доля энергии, приходящаяся на излучение в видимой области спектра, значительно больше, чем для черного тела, нагретого до той же температуры. Поэтому вольфрам, обладая еще и высокой температурой плавления, является наилучшим материалом для изготовления нитей ламп.

Температура вольфрамовой нити в вакуумных лампах не должна превышать 2450 К, поскольку при более высоких температурах происходит ее сильное распыление. Максимум излучения при этой температуре соответствует длине волны $\approx$1,1 мкм, т. е. очень далек от максимума чувствительности человеческого глаза ($\approx$0,55 мкм). Наполнение баллонов ламп инертными газами (например, смесью криптона и ксе-

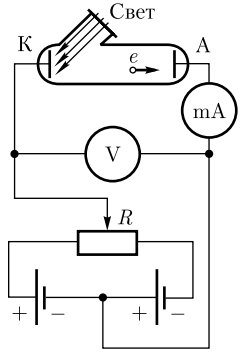
нона с добавлением азота) при давлении ≈50 кПа позволяет увеличить температуру нити до 3000 К, что приводит к улучшению спектрального состава излучения. Однако светоотдача при этом не увеличивается, так как возникают дополнительные потери энергии из-за теплообмена между нитью и газом вследствие теплопроводности и конвекции.

Для уменьшения потерь энергии за счет теплообмена и повышения светоотдачи газонаполненных ламп нить изготовляют в виде спирали, отдельные витки которой обогревают друг друга. При высокой температуре вокруг этой спирали образуется неподвижный слой газа и исключается теплообмен вследствие конвекции. Энергетический КПД ламп накаливания в настоящее время не превышает 5 %.

§ 202. Виды фотоэлектрического эффекта. Законы внешнего фотоэффекта

Гипотеза Планка, блестяще решившая задачу теплового излучения черного тела, получила подтверждение и дальнейшее развитие при объяснении фотоэффекта — явления, открытие и исследование которого сыграло важную роль в становлении квантовой теории. Различают *фотоэффект внешний*, *внутренний* и *вентильный*.

Рис. 292



Внешним фотоэлектрическим эффектом (***фотоэффектом***) называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения. Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), а также в газах на отдельных атомах и молекулах (фотоионизация). Фотоэффект обнаружен Г. Герцем (1887), наблюдавшим усиление процесса разряда при облучении искрового промежутка ультрафиолетовым излучением.

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены русским ученым А. Г. Столетовым. Принципиальная схема для исследования фотоэффекта приведена на рис. 292. Два электрода (катод К из исследуемого металла и анод А — в схеме Столетова применялась металлическая сетка) в вакуумной трубке подключены к батарее так, что с помощью потенциометра R можно изменять не только значение, но и знак подаваемого на них напряжения. Ток, возникающий при освещении катода монохроматическим светом (через кварцевое окошко), измеряется включенным в цепь миллиамперметром.

Облучая катод светом различных длин волн, А. Г. Столетов установил следующие закономерности, не утратившие своего значения до нашего времени: 1) наиболее эффективное действие оказывает ультрафиолетовое излучение; 2) под действием света вещество теряет только отрицательные заряды; 3) сила тока, возникающего под действием света, прямо пропорциональна его интенсивности.

Дж. Дж. Томсон в 1898 г. измерил удельный заряд испускаемых под действием света частиц (по отклонению в электрическом и магнитном полях).

Эти измерения показали, что под действием света вырываются электроны.

Внутренний фотоэффект — это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу. В результате концентрация носителей тока внутри тела увеличивается, что приводит к возникновению ***фотопроводимости*** (повышению проводимости полупроводника или диэлектрика при его освещении) или к возникновению ЭДС.

Вентильный фотоэффект, являющийся разновидностью внутреннего фотоэффекта, — возникновение ЭДС (фото-ЭДС) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля). Вентильный фотоэффект открывает, таким образом, пути для прямого преобразования солнечной энергии в электрическую. На экспериментальной установке, приведенной на рис. 292, можно исследовать ***вольт-амперную характеристику фотоэффекта*** — зависимость фототока I, образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения U между электродами. Вольт-амперная характеристика, соответствующая двум различным освещенностям E_e катода (частота света в обоих случаях одинакова), приведена на рис. 293. По мере увеличения U фототок постепенно возрастает, т.е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривых показывает, что электроны вылетают из катода с различными скоростями. Максимальное значение тока $I_{\text{нас}}$ — ***фототок насыщения*** — определяется таким значением U, при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{\text{нас}} = en,$$

где n — число электронов, испускаемых катодом в 1 с.

Из вольт-амперной характеристики следует, что при $U = 0$ фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью v, а значит, и отличной от нуля кинетической энергией и могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить ***задерживающее напряжение*** U_0. При $U = U_0$ ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью $v_{\max}$, не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_0, \qquad (202.1)$$

т.е., измерив задерживающее напряжение U_0, можно определить максимальные значения скорости и кинетической энергии фотоэлектронов.

При изучении вольт-амперных характеристик разнообразных материалов (важна чистота поверхности, поэтому измерения проводятся в вакууме и на свежих поверхностях) при различных частотах падающего на катод излучения и различных энергетических освещенностях катода и обобщении полученных данных были установлены следующие ***три закона внешнего фотоэффекта***.

I. ***Закон Столетова***: при фиксированной частоте падающего света число

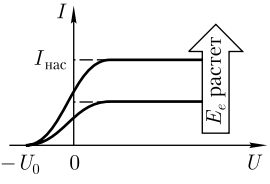


Рис. 293

фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности E_e катода).

II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой ν.

III. Для каждого вещества существует ***красная граница фотоэффекта***, т.е. минимальная частота ν_0 света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

Качественное объяснение фотоэффекта с точки зрения волновой теории на первый взгляд не должно было бы представлять трудностей. Действительно, под действием поля световой волны в металле возникают вынужденные колебания электронов, амплитуда которых (например, при резонансе) может быть достаточной для того, чтобы электроны покинули металл; тогда и наблюдается фотоэффект. Кинетическая энергия вырываемого из металла электрона должна была бы зависеть от интенсивности падающего света, так как с увеличением последней электрону передавалась бы бóльшая энергия. Однако этот вывод противоречит II закону фотоэффекта. Так как, по волновой теории, энергия, передаваемая электронам, пропорциональна интенсивности света, то свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен был бы вырывать электроны из металла; иными словами, красной границы фотоэффекта не должно быть, что противоречит III закону фотоэффекта. Кроме того, волновая теория не смогла объяснить ***безынерционность фотоэффекта***, установленную опытами. Таким образом, фотоэффект необъясним с точки зрения волновой теории света.

§ 203. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Экспериментальное подтверждение квантовых свойств света

А. Эйнштейн в 1905 г. показал, что явление фотоэффекта и его закономерности могут быть объяснены на основе предложенной им *квантовой теории фотоэффекта*. Согласно Эйнштейну, свет частотой ν не только *испускается*, как это предполагал Планк (см. § 200), но и *распространяется* в пространстве и *поглощается* веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых $\varepsilon_0 = h\nu$. Таким образом, распространение света нужно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток локализованных в пространстве дискретных световых квантов, движущихся со скоростью c распространения света в вакууме. Кванты электромагнитного излучения получили название ***фотонов***.

По Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света (I закон фотоэффекта). Безынерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии при столкновении фотона с электроном происходит почти мгновенно.

Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода A из металла (см. § 104) и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии $\frac{mv_{\max}^2}{2}$. По закону сохранения энергии,

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}. \qquad (203.1)$$

Уравнение (203.1) называется ***уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта***.

Уравнение Эйнштейна позволяет объяснить II и III законы фотоэффекта. Из (203.1) непосредственно следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно растет с увеличением частоты падающего излучения и не зависит от его интенсивности (числа фотонов), так как ни A, ни ν от интенсивности света не зависят (II закон фотоэффекта). Так как с уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается (для данного металла $A = \text{const}$), то при некоторой достаточно малой частоте $\nu = \nu_0$ кинетическая энергия фотоэлектронов станет равной нулю и фотоэффект прекратится (III закон фотоэффекта). Согласно изложенному, из (203.1) получим, что

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \qquad (203.2)$$

и есть *красная граница фотоэффекта* для данного металла. Она зависит лишь от работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества и состояния его поверхности.

Выражение (203.1) можно записать, используя (202.1) и (203.2), в виде

$$h\nu = h\nu_0 + eU_0.$$

Уравнение Эйнштейна было подтверждено опытами Р. Милликена. В его приборе (1916) поверхность исследуемого металла подвергалась очистке в вакууме. Исследовалась зависимость максимальной кинетической энергии фотоэлектронов [изменялось задерживающее напряжение U_0 (см. (202.1))] от частоты ν и определялась постоянная Планка.

В 1926 г. российские физики П. И. Лукирский (1894 — 1954) и С. С. Прилежаев для исследования фотоэффекта применили ***метод вакуумного сферического конденсатора***. Анодом в их установке служили посеребренные стенки стеклянного сферического баллона, а катодом — шарик ($R \approx 1{,}5$ см) из исследуемого металла, помещенный в центр сферы. В остальном схема принципиально не отличается от изображенной на рис. 292. Такая форма электродов позволила увеличить наклон вольтамперных характеристик и тем самым более точно определять задерживающее напряжение U_0 (а следовательно, и h).

Значение h, полученное из данных опытов, согласуется со значениями, найденными другими методами [по излучению черного тела (см. § 200) и по коротковолновой границе сплошного рентгеновского спектра (см. § 299)]. Все это является доказательством правильности уравнения Эйнштейна, а вместе с тем и его квантовой теории фотоэффекта.

Если интенсивность света очень большая (лазерные пучки; см. § 233), то возможен ***многофотонный (нелинейный) фотоэффект***, при котором электрон, испускаемый металлом, может одновременно получить энергию не от одного, а от N фотонов ($N = 2 - 7$). Уравнение Эйнштейна для многофотонного фотоэффекта

$$Nh\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}.$$

В опытах с фокусируемыми лазерными пучками плотность фотонов очень большая, поэтому электрон может поглотить не один, а несколько фотонов. При этом электрон может приобрести энергию, необходимую для выхода из вещества, даже под действи-

ем света с частотой, меньшей красной границы — порога однофотонного фотоэффекта. В результате красная граница смещается в сторону более длинных волн.

Идея Эйнштейна о распространении света в виде потока отдельных фотонов и квантовом характере взаимодействия электромагнитного излучения с веществом подтверждена в 1922 г. опытами А. Ф. Иоффе и Н. И. Добронравова. В электрическом поле плоского конденсатора уравновешивалась заряженная пылинка из висмута. Нижняя обкладка конденсатора изготовлялась из тончайшей алюминиевой фольги, которая являлась одновременно анодом миниатюрной рентгеновской трубки. Анод бомбардировался ускоренными до 12 кВ фотоэлектронами, испускаемыми катодом под действием ультрафиолетового излучения. Освещенность катода подбиралась столь слабой, чтобы из него в 1 с вырывалось лишь 1000 фотоэлектронов, а следовательно, и число рентгеновских импульсов было 1000 в 1 с. Опыт показал, что в среднем через каждые 30 мин уравновешенная пылинка выходила из равновесия, т. е. рентгеновское излучение освобождало из нее фотоэлектрон.

Если бы рентгеновское излучение распространялось в виде сферических волн, а не отдельных фотонов, то каждый рентгеновский импульс отдавал бы пылинке очень малую часть своей энергии, которая распределялась бы, в свою очередь, между огромным числом электронов, содержащихся в пылинке. Поэтому при таком механизме трудно вообразить, что один из электронов за такое короткое время, как 30 мин, может накопить энергию, достаточную для преодоления работы выхода из пылинки. Напротив, с точки зрения корпускулярной теории это возможно. Так, если рентгеновское излучение распространяется в виде потока дискретных фотонов, то электрон выбивается из пылинки только тогда, когда в нее попадает фотон. Элементарный расчет для выбранных условий показывает, что в среднем в пылинку попадает один фотон из $1{,}8 \cdot 10^6$. Так как в 1 с вылетает 1000 фотонов, то в среднем в пылинку будет попадать один фотон в 30 мин, что согласуется с результатами опыта.

Если свет представляет собой поток фотонов, то каждый фотон, попадая в регистрирующий прибор (глаз, фотоэлемент), должен вызывать то или иное действие независимо от других фотонов. Это же означает, что при регистрации *слабых* световых потоков должны наблюдаться *флуктуации* их интенсивности. Эти флуктуации слабых потоков *видимого света* действительно наблюдались С. И. Вавиловым.

Наблюдения проводились визуально. Глаз, адаптированный к темноте, обладает довольно резким порогом зрительного ощущения, т. е. воспринимает свет, интенсивность которого не меньше некоторого порога. Для света с $\lambda = 525$ нм порог зрительного ощущения соответствует у разных людей примерно 100 — 400 фотонам, падающим на сетчатку за 1 с. С. И. Вавилов наблюдал периодически повторяющиеся вспышки света одинаковой длительности. С уменьшением светового потока некоторые вспышки уже не воспринимались глазом, причем чем слабее был световой поток, тем больше было пропусков вспышек. Это объясняется флуктуациями интенсивности света, т. е. число фотонов оказывалось по случайным причинам меньше порогового значения. Таким образом, опыт Вавилова явился наглядным подтверждением квантовых свойств света.

§ 204. Применение фотоэффекта

На явлении фотоэффекта основано действие фотоэлектронных приборов, получивших разнообразное применение в различных областях науки и техники. В настоящее время практически невозможно указать отрасли производства, где бы не использовались ***фотоэлементы*** — приемники излучения, работающие на основе фотоэффекта и преобразующие энергию излучения в электрическую.

Простейшим фотоэлементом с внешним фотоэффектом является ***вакуумный фотоэлемент***. Он представляет собой откачанный стеклянный баллон, внутренняя поверхность которого (за исключением окошка для доступа излучения) покрыта фоточувствительным слоем, служащим фотокатодом. В качестве анода обычно используется кольцо или сетка, помещаемая в центре баллона. Фотоэлемент включается в цепь батареи, ЭДС которой выбирается такой, чтобы обеспечить фототок насыщения. Выбор материала фотокатода определяется рабочей областью спектра: для регистрации видимого света и инфракрасного излучения используется кислородно-цезиевый катод, для регистрации ультрафиолетового излучения и коротковолновой части видимого света — сурьмяно-цезиевый.

Вакуумные фотоэлементы безынерционны, и для них наблюдается строгая пропорциональность фототока интенсивности излучения. Эти свойства позволяют использовать вакуумные фотоэлементы в качестве фотометрических приборов, например фотоэлектрический экспонометр, люксметр (измеритель освещенности) и т. д.

Для увеличения интегральной чувствительности вакуумных фотоэлементов (фототок насыщения, приходящийся на 1 лм светового потока) баллон заполняется разреженным инертным газом (Ar или Ne при давлении $\approx 1{,}3-13$ Па). Фототок в таком ***элементе***, называемом ***газонаполненным***, усиливается вследствие ударной ионизации молекул газа фотоэлектронами. Интегральная чувствительность газонаполненных фотоэлементов (≈ 1 мА/лм) гораздо выше, чем для вакуумных ($20-150$ мкА/лм), но они обладают по сравнению с последними большей инерционностью (менее строгой пропорциональностью фототока интенсивности излучения), что приводит к ограничению области их применения.

Для усиления фототока применяются уже рассмотренные выше (см. рис. 157) ***фотоэлектронные умножители***, в которых наряду с фотоэффектом используется явление вторичной электронной эмиссии (см. § 105). Размеры фотоэлектронных умножителей немного превышают размеры обычной радиолампы, общий коэффициент усиления составляет $\approx 10^7$ (при напряжении питания $1-1{,}5$ кВ), а их интегральная чувствительность может достигать 10 А/лм. Поэтому фотоэлектронные умножители начинают вытеснять фотоэлементы, правда, их применение связано с использованием высоковольтных стабилизированных источников питания, что несколько неудобно.

Фотоэлементы с внутренним фотоэффектом, называемые ***полупроводниковыми фотоэлементами*** или ***фотосопротивлениями*** (***фоторезисторами***), обладают гораздо большей интегральной чувствительностью, чем вакуумные. Для их изготовления используются PbS, CdS, PbSe и некоторые другие полупроводники. Если фотокатоды вакуумных фотоэлементов и фотоэлектронных умножителей имеют красную границу фотоэффекта не выше 1,1 мкм,

то применение фотосопротивлений позволяет производить измерения в далекой инфракрасной области спектра (3—4 мкм), а также в областях рентгеновского и гамма-излучений. Кроме того, они малогабаритны и имеют низкое напряжение питания. Недостаток фотосопротивлений — их заметная инерционность, поэтому они непригодны для регистрации быстропеременных световых потоков.

Фотоэлементы с вентильным фотоэффектом, называемые ***вентильными фотоэлементами*** (***фотоэлементами с запирающим слоем***), обладая, подобно элементам с внешним фотоэффектом, строгой пропорциональностью фототока интенсивности излучения, имеют бóльшую по сравнению с ними интегральную чувствительность (примерно 2 — 30 мА/лм) и не нуждаются во внешнем источнике ЭДС. К числу вентильных фотоэлементов относятся германиевые, кремниевые, селеновые, купроксные, сернисто-серебряные и др.

Кремниевые и другие вентильные фотоэлементы применяются для создания солнечных батарей, непосредственно преобразующих световую энергию в электрическую. Эти батареи уже в течение многих лет работают на космических спутниках и кораблях. КПД этих батарей составляет ≈10 % и, как показывают теоретические расчеты, может быть доведен до ≈22 %, что открывает широкие перспективы их использования в качестве источников электроэнергии для бытовых и производственных нужд.

Рассмотренные виды фотоэффекта используются также в производстве для контроля, управления и автоматизации различных процессов, в военной технике для сигнализации и локации невидимым излучением, в технике звукового кино, в различных системах связи и т. д.

§ 205. Энергия и импульс фотона. Давление света

Согласно гипотезе световых квантов Эйнштейна, свет испускается, поглощается и распространяется дискретными порциями (квантами), названными ***фотонами***. Энергия фотона

$$\varepsilon_0 = h\nu. \qquad (205.1)$$

Фотон всегда движется со скоростью c — скоростью распространения света в вакууме.

Согласно теории относительности, полная энергия свободной частицы (40.3)

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}.$$

В случае фотона $v = c$ и знаменатель этого выражения обращается в нуль. Поскольку фотон имеет конечную энергию [см. (205.1)], то это возможно лишь при условии, что масса фотона равна нулю.

Воспользовавшись связью $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ (40.5) и учитывая, что для фотона $m = 0$, видим, что фотон обладает не только энергией (205.1), но и импульсом

$$p = \frac{\varepsilon_0}{c} = \frac{h\nu}{c}. \qquad (205.2)$$

Выражения (205.1) и (205.2) связывают *корпускулярные* характеристики фотона — импульс и энергию — с *волновой* характеристикой света — его частотой ν.

Если фотоны обладают импульсом, то свет, падающий на тело, должен оказывать на него давление. Согласно квантовой теории, давление света на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс.

Рассчитаем с точки зрения квантовой теории световое давление, оказываемое на поверхность тела потоком монохроматического излучения (частота ν), падающего перпендикулярно поверхности. Если в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает N фотонов, то при коэффициенте отражения ρ света от поверхности тела отразится ρN фотонов, а поглотится $(1-\rho)N$. Каждый поглощенный фотон передает поверхности импульс $p = \frac{h\nu}{c}$, а каждый отраженный — $2p = \frac{2h\nu}{c}$ (при отражении импульс фотона изменяется на $-p$). Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности в 1 с N фотонов:

$$p = \frac{2h\nu}{c}\rho N + \frac{h\nu}{c}(1-\rho)N = (1+\rho)\frac{h\nu}{c}N.$$

$Nh\nu = E_e$ есть энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, т. е. энергетическая освещенность поверхности (см. § 168), а $\frac{E_e}{c} = w$ — объемная плотность энергии излучения. Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho) = w(1+\rho). \quad (205.3)$$

Формула (205.3), выведенная на основе квантовых представлений, совпадает с выражением, получаемым из электромагнитной (волновой) теории Максвелла (см. § 163). Таким образом, давление света одинаково успешно объясняется как волновой, так и квантовой теорией. Как уже указывалось (см. § 163), экспериментальное доказательство существования светового давления на твердые тела и газы дано в опытах П. Н. Лебедева, сыгравших в свое время большую роль в утверждении теории Максвелла.

Лебедев использовал легкий подвес на тонкой нити, по краям которого прикреплены легкие крылышки, одни из которых зачернены, а поверхности других зеркальные. Для исключения конвекции и радиометрического эффекта (см. § 49) использовалась подвижная система зеркал, позволяющая направлять свет на обе поверхности крылышек, подвес помещался в откачанный баллон, крылышки подбирались очень тонкими (чтобы температура обеих поверхностей была одинакова). Световое давление на крылышки определялось по углу закручивания нити подвеса и совпадало с теоретически рассчитанным. В частности оказалось, что давление света на зеркальную поверхность вдвое больше, чем на зачерненную [см. (205.3)].

§ 206. Эффект Комптона и его элементарная теория

Наиболее полно корпускулярные свойства света проявляются в эффекте Комптона. Американский физик А. Комптон (1892 — 1962), исследуя в 1923 г. рассеяние монохроматического рентгеновского излучения веществами с легкими атомами (парафин, бор), обнаружил, что в составе рассеянного излучения наряду с излучением первоначальной длины волны наблюдается также более длинноволновое излучение. Опыты показали, что разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от длины волны λ падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только углом рассеяния ϑ:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_C \sin^2\frac{\vartheta}{2}, \quad (206.1)$$

где λ' — длина волны рассеянного излучения; λ_C — ***комптоновская длина волны*** (при рассеянии фотона на электроне $\lambda_C = 2{,}426$ пм).

Эффектом Комптона называется *упругое рассеяние* коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и γ-излучений) на свободных (или слабосвязанных) электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны. Этот эффект не укладывается в рамки волновой теории, согласно которой длина волны при рассеянии изменяться не должна: под действием периодического поля световой волны электрон колеблется с частотой поля и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

Объяснение эффекта Комптона дано на основе квантовых представлений о природе света. Если считать, как это делает квантовая теория, что излучение имеет корпускулярную природу, т. е. представляет собой поток фотонов, то эффект Комптона — результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества (для легких атомов электроны слабо связаны с ядрами атомов, поэтому их можно считать свободными). В процессе этого столкновения фотон передает электрону часть своих энергии и импульса в соответствии с законами их сохранения.

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц (рис. 294) — налетающего фотона, обладающего импульсом $p = \dfrac{h\nu}{c}$

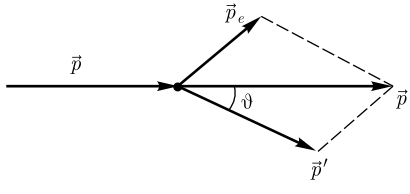


Рис. 294

и энергией $\varepsilon = h\nu$, с покоящимся свободным электроном (энергия покоя $W_0 = mc^2$; m — масса электрона). Фотон, столкнувшись с электроном, передает ему часть своей энергии и импульса и изменяет направление движения (рассеивается). Уменьшение энергии фотона означает увеличение длины волны рассеянного излучения. При каждом столкновении выполняются законы сохранения энергии и импульса.

Согласно закону сохранения энергии,

$$W_0 + \varepsilon = W + \varepsilon', \qquad (206.2)$$

а согласно закону сохранения импульса,

$$\vec{p} = \vec{p}_e + \vec{p}', \qquad (206.3)$$

где $W_0 = mc^2$ — энергия электрона до столкновения; $\varepsilon = h\nu$ — энергия налетающего фотона; $W = \sqrt{p_e^2c^2 + m^2c^4}$ — энергия электрона после столкновения (используется релятивистская формула, так как скорость электрона отдачи в общем случае значительна); $\varepsilon' = h\nu'$ — энергия рассеянного фотона.

Подставив в выражение (206.2) значения величин и представив (206.3) в соответствии с рис. 294, получим

$$mc^2 + h\nu = \sqrt{p_e^2c^2 + m^2c^4} + h\nu'; \qquad (206.4)$$

$$p_e^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c}\frac{h\nu'}{c}\cos\vartheta. \qquad (206.5)$$

Решая уравнения (206.4) и (206.5) совместно, получим

$$mc^2(\nu - \nu') = h\nu\nu'(1 - \cos\vartheta).$$

Поскольку $\nu = \dfrac{c}{\lambda}, \nu' = \dfrac{c}{\lambda'}$ и $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$, получим

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\vartheta) = \frac{2h}{mc}\sin^2\frac{\vartheta}{2}. \qquad (206.6)$$

Выражение (206.6) есть не что иное, как полученная экспериментально

Комптоном формула (206.1). Подстановка в нее значений h, m и c дает комптоновскую длину волны электрона $\lambda_C = \frac{h}{mc} = 2{,}426$ пм.

Наличие в составе рассеянного излучения несмещенной линии (излучения первоначальной длины волны) можно объяснить следующим образом. При рассмотрении механизма рассеяния предполагалось, что фотон соударяется лишь со свободным электроном. Однако если электрон сильно связан с атомом, как это имеет место для внутренних электронов (особенно в тяжелых атомах), то фотон обменивается энергией и импульсом с атомом в целом. Так как масса атома по сравнению с массой электрона очень велика, то атому передается лишь ничтожная часть энергии фотона. Поэтому в данном случае длина волны λ' рассеянного излучения практически не будет отличаться от длины волны λ падающего излучения.

Из приведенных рассуждений следует также, что эффект Комптона не может наблюдаться в видимой области спектра, поскольку энергия фотона видимого света сравнима с энергией связи электрона с атомом, при этом даже внешний электрон нельзя считать свободным.

Эффект Комптона наблюдается не только на электронах, но и на других заряженных частицах, например протонах, однако из-за большой массы протона его отдача «просматривается» лишь при рассеянии фотонов очень высоких энергий.

Как эффект Комптона, так и фотоэффект на основе квантовых представлений обусловлены взаимодействием фотонов с электронами. В первом случае фотон рассеивается, во втором — поглощается. Рассеяние происходит при взаимодействии фотона со свободным электроном, а фотоэффект — со связанными электронами. Можно показать, что при столкновении фотона со свободным электроном не может произойти поглощения фотона, так как это находится в противоречии с законами сохранения импульса и энергии. Поэтому при взаимодействии фотонов со свободными электронами может наблюдаться только их рассеяние, т. е. эффект Комптона.

§ 207. Единство корпускулярных и волновых свойств электромагнитного излучения

Рассмотренные в этой главе явления — излучение черного тела, фотоэффект, эффект Комптона — служат доказательством квантовых (корпускулярных) представлений о свете как о потоке фотонов. С другой стороны, такие явления, как интерференция, дифракция и поляризация света, убедительно подтверждают волновую (электромагнитную) природу света. Наконец, давление и преломление света объясняются как волновой, так и квантовой теориями. Таким образом, электромагнитное излучение обнаруживает удивительное единство, казалось бы, взаимоисключающих свойств — непрерывных (волны) и дискретных (фотоны), которые взаимно дополняют друг друга.

Основные уравнения (см. § 205), связывающие корпускулярные свойства электромагнитного излучения (энергия и импульс фотона) с волновыми свойствами (частота или длина волны):

$$\varepsilon = h\nu, \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Более детальное рассмотрение оптических явлений приводит к выводу, что свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны, не следует противопоставлять свойствам дискретности, характерным для фотонов.

Свет, обладая *одновременно* корпускулярными и волновыми свойствами, обнаруживает определенные закономерности в их проявлении. Так, волновые свойства света проявляются в закономерностях его распространения, интерференции, дифракции, поляризации, а корпускулярные — в процессах взаимодействия света с веществом. Чем больше длина волны, тем меньше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются квантовые свойства света (с этим связано, например, существование красной границы фотоэффекта). Наоборот, чем меньше длина волны, тем больше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются волновые свойства света [например, волновые свойства (дифракция) рентгеновского излучения обнаружены лишь после применения в качестве дифракционной решетки кристаллов].

Взаимосвязь между двойственными корпускулярно-волновыми свойствами света можно объяснить, если использовать, как это делает квантовая оптика, *статистический подход* к рассмотрению закономерностей распространения света. Например, дифракция света на щели состоит в том, что при прохождении света через щель происходит *перераспределение* фотонов в пространстве. Так как вероятность попадания фотонов в различные точки экрана неодинакова, то и возникает дифракционная картина. Освещенность экрана пропорциональна вероятности попадания фотонов на единицу площади экрана. С другой стороны, по волновой теории освещенность пропорциональна квадрату амплитуды световой волны в той же точке экрана. Следовательно, *квадрат амплитуды световой волны в данной точке пространства является мерой вероятности попадания фотонов в данную точку*.

Контрольные вопросы

- На фарфоровой тарелке на светлом фоне имеется темный рисунок. Почему, если ее быстро вынуть из печи, где она нагрелась до высокой температуры, и рассматривать в темноте, наблюдается светлый рисунок на темном фоне?
- Чем отличается серое тело от черного?
- В чем заключается физический смысл универсальной функции Кирхгофа?
- Как и во сколько раз изменится энергетическая светимость черного тела, если его термодинамическая температура уменьшится вдвое?
- Как сместится максимум спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела с повышением температуры?
- Нарисуйте и сопоставьте кривые $r_{\nu,T}$ и $r_{\lambda,T}$.
- Используя формулу Планка, найдите постоянную Стефана — Больцмана.
- При каких условиях из формулы Планка получаются закон смещения Вина и формула Рэлея — Джинса?
- Почему фотоэлектрические измерения весьма чувствительны к природе и состоянию поверхности фотокатода?
- Может ли золотая пластинка служить фотосопротивлением?
- Как при заданной частоте света изменится фототок насыщения с уменьшением освещенности катода?

- Как из опытов по фотоэффекту определяется постоянная Планка?
- При замене одного металла другим длина волны, соответствующая красной границе, уменьшается. Что можно сказать о работе выхода этих металлов?
- Как с помощью уравнения Эйнштейна объяснить I и II законы фотоэффекта?
- Нарисуйте и объясните вольт-амперные характеристики, соответствующие двум различным освещенностям катода при заданной частоте света и двум различным частотам при заданной освещенности.
- Чему равно отношение давлений света на зеркальную и зачерненную поверхности?
- В чем отличие характера взаимодействия фотона и электрона при фотоэффекте и эффекте Комптона?

ЗАДАЧИ

26.1. Черное тело нагрели от температуры $T_1 = 500$ К до $T_2 = 2000$ К. Определите: 1) во сколько раз увеличилась его энергетическая светимость; 2) как изменилась длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости. [1) В 256 раз; 2) уменьшилась на 4,35 мкм]

26.2. Черное тело находится при температуре $T_1 = 2900$ К. При его остывании длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda = 9$ мкм. Определите температуру T_2, до которой тело охладилось. [290 К]

26.3. Определите работу выхода A электронов из вольфрама, если красная граница фотоэффекта для него $\lambda_0 = 275$ нм. [4,52 эВ]

26.4. Определите постоянную Планка, если известно, что для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением некоторого металла светом с частотой $\nu_1 = 2{,}2 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$, необходимо приложить задерживающее напряжение $U_{01} = 6{,}6$ В, а светом с частотой $\nu_2 = 4{,}6 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$ — задерживающее напряжение $U_{02} = 16{,}5$ В. [$6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с]

26.5. Определите в электрон-вольтах энергию фотона, при которой его масса равна массе покоя электрона. [0,51 МэВ]

26.6. Давление монохроматического света с длиной волны 600 нм на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающему излучению, равно 0,1 мкПа. Определите число фотонов, падающих на поверхность площадью 10 см^2 за 1 с. [$9 \cdot 10^{16}$]

26.7. Фотон с длиной волны 100 пм рассеялся под углом 180° на свободном электроне. Определите в электрон-вольтах кинетическую энергию электрона отдачи. [580 эВ]

4. Колебания волны

Уравнение гармонического колебания

$$s = A\cos(\omega_0 t + \varphi);\ \ \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний величины s

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 s = 0.$$

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Формула Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний величины s

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + 2\delta\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 s = 0.$$

Логарифмический декремент затухания

$$\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T.$$

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний величины s

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + 2\delta\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 s = x_0\cos\omega t.$$

Реактивное индуктивное сопротивление

$$R_L = \omega L.$$

Реактивное емкостное сопротивление

$$R_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Длина волны

$$\lambda = vT.$$

Уравнение плоской волны

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

Уравнение сферической волны

$$\xi(r,t) = \frac{A_0}{r}\cos(\omega t - kr + \varphi_0).$$

Фазовая скорость

$$v = \frac{\omega}{k}.$$

Волновое уравнение

$$\Delta\xi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}.$$

Групповая скорость

$$u = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}.$$

Уравнение стоячей волны

$$\xi = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t.$$

Эффект Доплера в акустике

$$\nu = \frac{(v \pm v_{\text{пр}})\nu_0}{v \mp v_{\text{ист}}}.$$

Вектор Умова — Пойнтинга

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}].$$

Скорость распространения электромагнитных волн в среде

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

5. Оптика. Квантовая природа излучения

Закон отражения света

$$i_1' = i_1.$$

Закон преломления света

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}.$$

Формула тонкой линзы

$$(N-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Поток излучения

$$\Phi_e = \frac{W}{t}.$$

Энергетическая светимость

$$R_e = \frac{\Phi_e}{S}.$$

Энергетическая сила света

$$I_e = \frac{\Phi_e}{\omega}.$$

Энергетическая яркость

$$B_e = \frac{\Delta I_e}{\Delta S}.$$

Показатель преломления среды

$$n = \frac{v}{c}.$$

Оптическая длина пути

$$L = ns.$$

Оптическая разность хода

$$\Delta = L_2 - L_1.$$

Условие интерференционных максимумов

$$\Delta = \pm m\lambda_0 \ (m = 0,1,2,\ldots)$$

Условие интерференционных минимумов

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \ (m = 0,1,2,\ldots).$$

Оптическая разность хода в тонких пленках в отраженном свете

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2}.$$

Радиусы зон Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}.$$

Условие дифракционных максимумов от одной щели

$$a\sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2} \ (m = 1,2,3,\ \ldots).$$

Условие дифракционных минимумов от одной щели

$$a\sin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2} \ (m = 1,2,3,\ \ldots).$$

Условие главных максимумов дифракционной решетки

$$d\sin\varphi = \pm m\lambda \quad (m = 0,1,2,\ldots).$$

Условие дополнительных минимумов дифракционной решетки

$$d\sin\varphi = \pm m'\frac{\lambda}{N} \quad (m' \neq 0, N, 2N, \ldots).$$

Формула Вульфа – Брэггов

$$2d\sin\theta = m\lambda \quad (m = 1,2,3,\ldots).$$

Разрешающая способность спектрального прибора

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}.$$

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = mN.$$

Закон Бугера

$$I = I_0 \mathrm{e}^{-\alpha x}.$$

Продольный эффект Доплера

$$\nu = \nu_0\sqrt{\frac{1-\dfrac{v}{c}}{1+\dfrac{v}{c}}}.$$

Поперечный эффект Доплера

$$\nu = \nu_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$$

Степень поляризации

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

Закон Малюса

$$I = I_0\cos^2\alpha.$$

Закон Брюстера

$$\mathrm{tg}\, i_{\mathrm{B}} = n_{21}.$$

Оптическая разность хода в эффекте Керра

$$\Delta = l(n_o - n_e) = k_2 lE^2.$$

Угол вращения плоскости поляризации в кристаллах

$$\varphi = \alpha d.$$

Угол вращения плоскости поляризации в растворах

$$\varphi = [\alpha]Cd.$$

Закон Кирхгофа для теплового излучения

$$r_{\nu,T} = \frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}}.$$

Энергетическая светимость черного тела

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T}\,\mathrm{d}\nu.$$

Закон Стефана – Больцмана

$$R_e = \sigma T^4.$$

Закон смещения Вина

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}.$$

Формула Рэлея – Джинса

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT.$$

Формула Планка

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\frac{h\nu}{\mathrm{e}^{\frac{h\nu}{kT}}-1}.$$

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}.$$

Энергия фотона

$$\varepsilon_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Импульс фотона

$$p_\gamma = \frac{\varepsilon_0}{c} = \frac{h\nu}{c}.$$

Давление света при его нормальном падении на поверхность

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho) = w(1+\rho).$$

Изменение длины волны при эффекте Комптона

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\vartheta) = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\vartheta}{2}.$$

6. Элементы квантовой физики атомов, молекул и твердых тел

Обобщенная формула Бальмера

$$\nu = R\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right).$$

Первый постулат Бора

$$m_e v_n r_n = n\hbar \ \ (n = 1,2,3,\ldots).$$

Второй постулат Бора (правило частот)

$$h\nu = E_n - E_m.$$

Энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \ \ (n = 1,2,3,\ldots).$$

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Соотношение неопределенностей

$$\begin{cases}\Delta x\Delta p_x \geqslant h,\\ \Delta y\Delta p_y \geqslant h,\\ \Delta z\Delta p_z \geqslant h,\end{cases}$$
$$\Delta E\Delta t \geqslant h.$$

Вероятность нахождения частицы в элементе объемом $\mathrm{d}V$

$$\mathrm{d}W = |\Psi|^2\,\mathrm{d}V.$$

Условие нормировки вероятностей

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\Psi|^2\,\mathrm{d}V = 1.$$

Общее уравнение Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x,y,z,t)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}.$$

Уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi = 0.$$

Волновая функция, описывающая состояние частицы в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками»,

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\sin\frac{n\pi}{l}x \ \ (n = 1,2,3,\ldots).$$

Собственные значения энергии частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками»

$$\Delta E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{ml^2} \ \ (n = 1,2,3,\ldots).$$